Análisis de datos
en ciencias sociales y de la salud

Soluciones ejercicios volumen II

Capítulo 1

1.1. La probabilidad de rechazar una hipótesis verdadera es la probabilidad de cometer un error Tipo I, es decir, el nivel de significación. La alternativa correcta es la *e*.

1.2. Todas las afirmaciones son falsas. Un contraste de hipótesis se basa en probabilidades y, por tanto, no es una prueba definitiva de nada (esto descarta la alternativa *a*).

El nivel crítico es una probabilidad condicional referida a los datos (al estadístico del contraste). Esto no debe confundirse con una probabilidad referida a las hipótesis (esto descarta las alternativas *b* y *c*).

La alternativa *d* también es una afirmación referida a la probabilidad de una hipótesis, pues una afirmación sobre la probabilidad de tomar una decisión errónea cuando se decide rechazar una hipótesis es una afirmación sobre la probabilidad de que la hipótesis rechazada sea verdadera (esto descarta la alternativa *d*).

El nivel crítico es una probabilidad condicional; es decir, no es una probabilidad referida a los datos en sí mismos, sino una probabilidad referida a los datos cuando la hipótesis nula es verdadera; en la alternativa *e* se está asumiendo que H_0 es falsa y se está confundiendo $P(D)$ con $P(D\,|\,H_0)$, pues se está afirmando $1 - P(D)$ a partir de $P(D\,|\,H_0)$.

Por último, la alternativa *f* incluye una afirmación de la hipótesis nula que no puede hacerse en un contraste de hipótesis. Recuérdese la falacia de la afirmación del consecuente: del no rechazo de H_0 no se sigue que sea verdadera.

1.3. Contraste unilateral izquierdo. La zona crítica está formada por los valores menores que cero. Por tanto:

a. $\beta = P(W \geq 0 \,|\, H_1) = 0{,}30 + 0{,}20 + 0{,}10 + 0{,}10 + 0{,}00 = 0{,}70$.
b. $\alpha = P(W < 0 \,|\, H_0) = P(W = -1) + P(W = -2) = 0{,}03 + 0{,}00 = 0{,}03$.

1.4. *a*. Rechazar H_0 si $P(V \leq V_k) \leq 0{,}05$.
b. Rechazarla. Porque $P(V \leq -1) = 0{,}03 < 0{,}05$.
c. $p = P(V \leq -1) = 0{,}03$.
d. $1 - \beta = P(W \leq -0{,}5 \,|\, H_1) = 0{,}35$.

1.5. *a*. Mantenerla, pues $P(X \geq 3) = 0{,}18 > 0{,}05$.
b. Error Tipo II.
c. $\beta = P(n_{\text{acierto}} \leq 3 \,|\, H_1) = 0{,}87$.
d. $1 - \beta = P(n_{\text{acierto}} \geq 4 \,|\, H_1) = 0{,}13$.

1.6. $n = 5$; $\pi_{\text{acierto}} = 1/5 = 0{,}20$.
a. $E(n_{\text{aciertos}}) = n\pi_{\text{acierto}} = 5(0{,}20) = 1$.
b. $P(n_1 > 3 \,|\, H_0) = 0{,}006 + 0{,}001 = 0{,}007$.

c. $P(n_1 > 3 \mid H_1) = 0{,}029 + 0{,}002 = 0{,}031$
d. 5 aciertos.

1.7. *a*. Sólo con T_1, pues:
$P(T_1 \geq 7 \mid H_0) = 1 - 0{,}930 = 0{,}07 < 0{,}10$,
$P(T_2 \geq 7 \mid H_0) = 1 - 0{,}874 = 0{,}126 > 0{,}10$.
b. $E(T_1) = 3{,}5$; $E(T_2) = 4$.

1.8. Sólo es correcta la alternativa *c*.

1.9. *a*. Puesto que el nivel crítico ($p = P(T > 2{,}681) = 1 - 0{,}99 = 0{,}01$) es menor que el nivel de significación (0,05), la decisión razonable es rechazar H_0. Esto significa que puede concluirse que *ellas* fuman más que *ellos*, lo cual confirma la hipótesis del investigador.
b. $T \geq 1{,}782$.

1.10. *a*. El primer terapeuta: H_0: $\pi_R \leq 0{,}80$; H_1: $\pi_R > 0{,}80$ (R = recuperación).
El segundo terapeuta: H_0: $\pi_R \geq 0{,}80$; H_1: $\pi_R < 0{,}80$.
b. Mantener H_0 porque $p = 0{,}818 > 0{,}05$.
c. Rechazar H_0 porque $p = 0{,}002 < 0{,}05$.
d. Puesto que sólo el segundo terapeuta rechaza su hipótesis nula, puede concluirse que la proporción de recuperaciones es menor que 0,80. Por tanto, tiene razón el segundo terapeuta.

1.11. *a*. H_0: $\pi_F \leq 0{,}30$; H_1: $\pi_F > 0{,}30$ (F = fumadores).
b. Mantenerla, porque: $p = 1 - 0{,}93 = 0{,}07 > 0{,}05$. Por tanto, no puede afirmarse que la proporción de fumadores haya aumentado.

1.12. Puesto que $p = 0{,}20$, la decisión razonable es mantener H_0. La alternativa correcta es la *b*.

1.13. Ninguna de las alternativas es correcta.

1.14. *a*. Dos: sexo y opinión sobre el carné por puntos.
b. H_0: $\mu_{\text{hombres}} = \mu_{\text{mujeres}}$.
c. Prueba T para el contraste de dos medias independientes.
d. Sí. Un valor $T = 5$ está muy alejado del valor que cabe esperar encontrar cuando H_0 es verdadera (los valores compatibles con H_0 se encuentran entre, aproximadamente, -2 y 2).

1.15. Puesto que el contraste es unilateral derecho, la zona crítica está, toda ella, situada en la cola derecha de la distribución muestral. El estadístico del contraste toma un valor tal que por encima de él queda un área de tamaño 0,075, es decir, de tamaño superior al área correspondiente a la zona crítica (que vale $\alpha = 0{,}05$). En consecuencia, el estadístico del contraste cae fuera de la zona crítica y eso debe llevarnos a tomar la decisión de mantener H_0. Esto descarta las alternativas *a*, *c* y *d*.

La alternativa *e* también incluye una afirmación falsa, pues las inferencias estadísticas nunca se efectúan sobre valores muestrales, sino sobre valores poblacionales (la alternativa *e* sería falsa incluso aunque la afirmación que se hace estuviera referida a las medias poblacionales, pues se estaría afirmando una hipótesis nula y, con ello, se estaría cayendo en la falacia derivada de afirmar el consecuente).

Sólo queda la alternativa *b*, que es la correcta: no puede rechazarse H_0. Y no puede rechazarse porque, según se afirma en la alternativa *b*, el nivel crítico $p = 0{,}075$ es mayor que el nivel de significación establecido ($\alpha = 0{,}05$).

1.16. Puesto que $P(H < 6{,}13) = 0{,}05$, el estadístico del contraste, H, se encuentra en la cola izquierda de su distribución muestral (tiene asociado, por tanto, un nivel crítico de 0,95). Es decir, el estadístico H se encuentra justamente en el lado opuesto al de la zona de rechazo. Esto significa que la decisión apropiada es mantener la hipótesis nula: el nivel crítico asociado al estadístico del contraste, $p = 0{,}95$, es mucho mayor que cualquier nivel de significación razonable que se pueda establecer. Esto lleva a considerar como correcta la alternativa *a*, al tiempo que permite descartar las alternativas *b* y *d*.

Un nivel crítico (valor p) no permite conocer la probabilidad asociada a las hipótesis de un contraste. Esto descarta las alternativas *c* y *e*. Por otro lado, en relación con la última alternativa hay que decir, entre otras cosas, que mantener una hipótesis verdadera no es un error, por lo que no se puede hablar de probabilidad de equivocarse.

1.17. La distribución t de Student acumula en sus colas más casos que la distribución normal. Esto significa que, para un mismo nivel de significación α, el punto crítico de una distribución t con un número finito de grados de libertad estará más alejado del centro de la distribución que el punto crítico equivalente en la distribución normal estandarizada. En consecuencia: (1) siempre que se rechace H_0 con V se rechazará con W; (2) siempre que se mantenga H_0 con W se mantendrá con V; y (3) es posible mantener con V y rechazar con W. Por tanto, es más probable rechazar con W que con V. Este razonamiento nos deja como única alternativa correcta la *b*.

1.18. *a*. Unilateral derecho.
b. $\alpha = 0{,}05$.
c. $T < 2$.
d. Error de Tipo II. $\beta = 0{,}85$.

Capítulo 2

2.1. *a*. $D_{KS} = 0{,}13$; $d_{0{,}05} = 0{,}349$; se mantiene la hipótesis nula de normalidad. Por tanto, puede asumirse que las puntuaciones de la variable *horas de estudio* proceden de una población normal.

b. Contraste unilateral izquierdo.
1. Prueba T de student. H_0: $\mu_Y \geq 12$, H_1 $\mu_Y < 12$; $T(13) = -1{,}45$; $p > 0{,}05$.
2. Prueba de Wilcoxon. H_0: $Mdn_Y \geq 12$, H_1: $Mdn_Y < 12$; $S_+ = 21{,}5$; con $n = 12$, pues hay dos empates: $s_{0{,}05} = 18$; $p \approx 0{,}10$.
3. Prueba de los signos. H_0: $Mdn_Y \geq 12$, H_1: $Mdn_Y < 12$; $n_+ = 3$; con $n = 12$ y $\pi_1 = 0{,}50$: $p = P\,(n_+ \leq 3) = 0{,}073$.

Los tres estadísticos llevan a la misma decisión: mantener la hipótesis nula ($p > 0{,}05$ en los tres casos). Por tanto , no puede afirmarse que el promedio de horas de estudio sea menor que 12.

2.2. Una variable cuantitativa (Y = calificaciones en matemáticas).
Contraste sobre una media con σ_Y desconocida.
1. *Hipótesis*: H_0: $\mu_Y \leq 6{,}4$; H_1: $\mu_Y > 6{,}4$ (contraste unilateral derecho).
2. *Supuestos*: muestra aleatoria extraída de una población normal con σ_Y desconocida.
3. *Estadístico del contraste*: $T = (\bar{Y} - \mu_Y)/(S_Y/\sqrt{n}) = (6{,}8 - 6{,}4)/(\sqrt{2/50}) = 2$.
4. *Distribución muestral*: T se distribuye según $t_{n-1} = t_{49}$.
5. *Zona crítica*: $T \geq t_{49;\,0{,}95} \approx 1{,}676$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (2) es mayor que el punto crítico (1,676), se rechaza H_0. Por tanto, se puede concluir que el rendimiento medio que se obtiene con el nuevo método es mayor que el que se venía obteniendo con el método tradicional.

2.3. Una variable cuantitativa (Y = puntuaciones en la nueva escala de inteligencia).
Contraste sobre una media con σ_Y desconocida.
1. *Hipótesis*: H_0: $\mu_Y = 100$; H_1: $\mu_Y \neq 100$ (contraste bilateral).
2. *Supuestos*: muestra aleatoria extraída de una población normal con σ_Y desconocida.
3. *Estadístico del contraste*: $T = (\overline{Y} - \mu_Y)/(S_Y/\sqrt{n}) = (104 - 100)/(16/\sqrt{100}) = 2{,}50$.
4. *Distribución muestral*: T se distribuye según $t_{n-1} = t_{99}$.
5. *Zona crítica*: $T \leq t_{99;\,0{,}025} = -1{,}984$ y $T \geq t_{99;\,0{,}975} = 1{,}984$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (2,50) es mayor que el punto crítico (1,984), se rechaza H_0. Por tanto, se puede concluir que la media de la nueva escala de inteligencia difiere de la media del WAIS.

2.4. Contraste sobre una media con σ_Y desconocida.
1. *Hipótesis*: H_0: $\mu_Y = 100$; H_1: $\mu_Y \neq 100$ (contraste bilateral).
2. *Supuestos*: muestra aleatoria extraída de una población normal con σ_Y desconocida.
3. *Estadístico del contraste*: $T = (\overline{Y} - \mu_Y)/(S_Y/\sqrt{n}) = (104 - 100)/(16/\sqrt{25}) = 1{,}25$.
4. *Distribución muestral*: T se distribuye según $t_{n-1} = t_{99}$.
5. *Zona crítica*: $T \leq t_{99;\,0{,}025} = -1{,}984$ y $T \geq t_{99;\,0{,}975} = 1{,}984$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (1,25) está comprendido entre ambos puntos críticos (−1,984 y 1,984), se mantiene H_0. Por tanto, no se puede afirmar que la media de la nueva escala de inteligencia sea distinta de la media del WAIS.

2.5. Una variable cuantitativa (Y = puntuaciones en la escala de madurez).
Contraste sobre una media con σ_Y desconocida.
1. *Hipótesis*: H_0: $\mu_Y \leq 5$; H_1: $\mu_Y > 5$ (contraste unilateral derecho).
2. *Supuestos*: muestra aleatoria extraída de una población normal con σ_Y desconocida.
3. *Estadístico del contraste*: $T = (\overline{Y} - \mu_Y)/(S_Y/\sqrt{n}) = (5{,}6 - 5)/(2/\sqrt{25}) = 1{,}5$.
4. *Distribución muestral*: T se distribuye según $t_{n-1} = t_{24}$.
5. *Zona crítica*: $T \geq t_{24;\,0{,}95} = 1{,}711$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (1,5) es menor que el punto crítico (1,711), se mantiene H_0. Por tanto, los datos obtenidos no permiten afirmar que la media de la escala de madurez haya aumentado.

2.6. En el contraste bilateral sobre una media, con σ_Y conocida y $\alpha = 0{,}05$, se rechaza H_0 cuando el estadístico Z toma un valor menor que $Z_{0{,}025}$ o mayor que $Z_{0{,}975}$. Por tanto, los valores $\overline{Y}$ que llevarán a rechazar H_0 serán los correspondientes a $Z = -1{,}96$ y $Z = 1{,}96$. Para conocer estos valores basta con aplicar la ecuación [9.10]:

$$Z_{0{,}025} = -1{,}96 = (\overline{Y}_1 - 420)/(18/\sqrt{36}) \quad \rightarrow \quad \overline{Y}_1 = -1{,}96\,(18/\sqrt{36}) + 420 = 414{,}12.$$
$$Z_{0{,}975} = 1{,}96 = (\overline{Y}_2 - 420)/(18/\sqrt{36}) \quad \rightarrow \quad \overline{Y}_2 = 1{,}96\,(18/\sqrt{36}) + 420 = 425{,}88.$$

Es decir, rechazaremos H_0 cuando $\overline{Y}$ tome un valor menor que 414,12 o mayor que 425,88.

2.7. El estadístico del contraste está en la cola izquierda de su distribución. La zona crítica está en la cola derecha. El nivel crítico vale 0,975. Por tanto, lo razonable es mantener H_0 (alternativa *c*).

2.8. La decisión correcta es rechazar H_0 porque $p = 0{,}005 < \alpha = 0{,}01$. Por tanto, la única alternativa correcta es la *d*.

2.9. *a*. Puesto que $\alpha = 0{,}01$, se rechazará H_0 con $KS \geq 100{,}4$.
b. Mantenerla porque $90{,}53 < 100{,}4$.
c. Puede asumirse que las puntuaciones del test se distribuyen normalmente.
d. $p = 0{,}05$.

Capítulo 3

3.1. *a*. El investigador *A* debe contrastar la hipótesis de independencia; el *B*, la hipótesis nula de igualdad de proporciones (igualdad de distribuciones condicionales).

b. Ambas hipótesis, la de independencia y la de igualdad de proporciones, son equivalentes y se analizan con el mismo estadístico: la prueba X^2 de Pearson.

3.2. *a*. Homogeneidad marginal, la cual, tratándose de una tabla de contingencias 2×2, equivale a la hipótesis de simetría.

b. Prueba de McNemar:

1. *Hipótesis*: $H_0: \pi_{1+} = \pi_{+1}$; $H_1: \pi_{1+} \neq \pi_{+1}$ (se está planteando un contraste bilateral porque se quiere saber si la proporción de fumadores *difiere* de la proporción de bebedores).
2. *Supuestos*: muestra aleatoria de $n = 240$ sujetos en la que se han medido dos variables dicotómicas con las mismas categorías (sí, no).
3. *Estadístico del contraste* (con $n_{12} = 16$ y $n_{21} = 32$): $X^2_{\text{McNemar}} = \dfrac{(|16 - 32| - 1)^2}{16 + 32} = 4{,}69$.
4. *Distribución muestral*: X^2_{McNemar} se distribuye según χ^2_1.
5. *Zona crítica*: $X^2_{\text{McNemar}} \geq \chi^2_{1;\,0{,}95} = 3{,}84$.
6. *Decisión*: puesto que el estadístico del contraste (4,69) es mayor que el punto crítico (3,84), se rechaza H_0. Puede concluirse, por tanto, que la proporción de fumadores difiere de la proporción de bebedores.

3.3. *a*. Casos y controles. Los pacientes se seleccionan por la presencia o no del desenlace estudiado (cáncer de pulmón) y a continuación se registra si han fumado o no durante el último año.

b. Con la *odds ratio*: $OR = (688/650)/(21/59) = 2{,}97$.

c. $\hat{\sigma}_{\log(OR)} = \sqrt{1/688 + 1/650 + 1/21 + 1/59} = 0{,}26$. $IC_{OR} = 2{,}97\ (2{,}71828)^{\pm 1{,}96\,(0{,}26)} = (1{,}79;\ 4{,}95)$. Puesto que el intervalo de confianza no incluye el valor 1, puede afirmarse que el riesgo de padecer cáncer de pulmón entre los fumadores es mayor que 1. En consecuencia, puede concluirse que el tabaquismo está relacionado con padecer o no cáncer de pulmón.

d. La afirmación "el tabaco produce cáncer de pulmón" es una afirmación de tipo causal que no está justificada en un diseño de etas características (ver el apartado *Consideraciones sobre la interpretación de los índices de riesgo*).

3.4. *a*. La relación entre *salario* y *nivel de estudios* es lineal y positiva.

b. Coeficiente de correlación *tau-b* de Kendall (H_0: el salario y el nivel de estudios son linealmente independientes).

c. *tau-b* = 0,475, $p < 0{,}0005$. Se rechaza la hipótesis de independencia lineal. Por tanto se puede concluir que los salarios altos (bajos) tienden a ir acompañados de niveles educativos altos (bajos).

3.5. Todas las alternativas son falsas. Puesto que se ha rechazado la hipótesis de independencia, existe evidencia de relación. Esto descarta las alternativas *b* y *c*. La alternativa *a* es una afirmación con implicaciones causales; y con un diseño de estas características no es posible hacer ese tipo de afirmaciones. La alternativa *d* confunde una "prueba inequívoca" con una "prueba basada en probabilidades": dado el resultado del contraste, podemos sentirnos razonablemente seguros de que el nivel educativo está relacionado con el salario, pero no inequívocamente seguros.

3.6. *a*. *tau-b* = 0,273, $p < 0{,}0005$. Se rechaza la hipótesis de independencia lineal. Puesto que el signo del coeficiente es positivo, se puede concluir que las personas que reciclan tienden a consumir productos ecológicos.

b. *kappa* = −0,026, p = 0,331. No existe evidencia de acuerdo entre reciclar y consumir productos ecológicos.

c. *kappa* = 0,16, $p < 0{,}0005$. A diferencia de lo que hemos encontrado en el apartado anterior, el índice ponderado indica que existe acuerdo significativo entre las filas y las columnas. Por tanto, puede concluirse que existe coincidencia significativa (más allá de la esperable por azar) entre reciclar y consumir productos ecológicos.

3.7. *a*. La hipótesis de homogeneidad marginal, la cual, tratándose de una tabla de contingencias 2 × 2, equivale a la de simetría: H_0: $\pi_{3+} = \pi_{+3}$; H_1: $\pi_{3+} \neq \pi_{+3}$ (se está planteando un contraste bilateral porque se quiere saber si la proporción de personas que reciclan habitualmente *difiere* de la proporción de personas que consumen productos ecológicos habitualmente).

b. Prueba de McNemar:

1. *Supuestos*: muestra aleatoria de n = 330 sujetos en la que se han medido dos variables dicotómicas con las mismas categorías (algunas veces, habitualmente).
2. *Estadístico del contraste* (con n_{23} = 14 y n_{32} = 124): $X^2_{\text{McNemar}} = \dfrac{(|14 - 124| - 1)^2}{14 + 124} = 86{,}09$.
3. *Distribución muestral*: X^2_{McNemar} se distribuye según χ^2_1.
4. *Zona crítica*: $X^2_{\text{McNemar}} \geq \chi^2_{1;\,0,95} = 3{,}84$.
5. *Decisión*: puesto que el estadístico del contraste (86,09) es mayor que el punto crítico (3,84), se rechaza H_0. Puede concluirse, por tanto, que la proporción de personas que reciclan habitualmente difiere de la proporción de personas que consumen productos ecológicos habitualmente (en la muestra, estas proporciones valen 146 / 330 = 0,44 y 36 / 330 = 0,11, respectivamente).

c. $P_{3+} = 0{,}44$, $P_{+3} = 0{,}11$, $V(P_{3+} - P_{+3}) = (14+124)/330^2 = 0{,}00127$, $|Z_{0,25}| = 1{,}96$,

$$IC_{\pi_{3+}-\pi_{+3}} = |0{,}44 - 0{,}11| \pm 1{,}96\sqrt{0{,}00126} = 0{,}33 \pm 0{,}07 = (0{,}26;\ 0{,}40)$$

Podemos estimar, con una confianza del 95%, que, en la población, la diferencia entre la proporción de personas que reciclan habitualmente y la de personas que consumen productos ecológicos habitualmente se encuentra entre 0,26 y 0,40 puntos.

3.8. *a*. En hombres: $P_{\text{hombres}} = \text{odds}_{\text{hombres}} / (\text{odds}_{\text{hombres}} + 1) = 5{,}25/6{,}25 = 0{,}84$.
En mujeres: $\text{odds}_{\text{mujeres}} = \text{odds}_{\text{hombres}} / OR = 5{,}25/1{,}75 = 3$; $P_{\text{mujeres}} = 3/(3+1) = 0{,}75$.

b. $k = 0{,}84/0{,}75 = 1{,}12$.

3.9. Contraste sobre homogeneidad marginal o simetría (prueba de McNemar).
Comenzamos construyendo la correspondiente tabla de contingencias:

	Actitud después		
Actitud antes	(1) Favorable	(2) Desfavorable	*Total*
(1) Favorable	15	3	18
(2) Desfavorable	11	1	12
Total	26	4	30

1. *Hipótesis*: $H_0: \pi_{1+} \geq \pi_{+1}$; $H_1: \pi_{1+} < \pi_{+1}$ (se está planteando un contraste unilateral izquierdo porque se está valorando si la opinión ha cambiado a *más favorable*; al plantear las hipótesis es importante tener en cuenta qué códigos, 1 y 2, se han asignado a cada categoría de la variable).
2. *Supuestos*: muestra aleatoria de $n = 30$ sujetos en la que se han medido una variable dicotómica dos veces).
3. *Estadístico del contraste* (con $n_{12} = 3$ y $n_{21} = 11$): $X^2_{\text{McNemar}} = \dfrac{(|3 - 11| - 1)^2}{3 + 11} = 3{,}50$.
4. *Distribución muestral*: X^2_{McNemar} se distribuye según χ^2_1.
5. *Zona crítica*: $X^2_{\text{McNemar}} \geq \chi^2_{1;\, 0{,}90} = 2{,}71$.
6. *Decisión*: puesto que el estadístico del contraste (3,50) es mayor que el punto crítico (2,71), se rechaza H_0. Por tanto, puede concluirse que las proporciones comparadas son distintas, es decir, puede concluirse que la actitud de los pacientes ha cambiado (en concreto, ha cambiado a más favorable).

3.10. *a*. Fumar o no durante la gestación es independiente del peso del recién nacido.

b. Puesto que se trata de un diseño retrospectivo o de casos y controles, se desconoce la incidencia del suceso "pesar menos de 2,5 kg". En este escenario, el riesgo relativo puede estimarse mediante la *odds ratio*:

- $odds_{\text{fumadora}} = 15/5 = 3{,}00$.
- $odds_{\text{no fumadora}} = 16/64 = 0{,}25$.
- $odds\ ratio = 3{,}00/0{,}25 = 12{,}00$.

Tomando la *odds ratio* como una estimación del riesgo relativo, podemos concluir que el riesgo de encontrar recién nacidos con peso menor de 2,5 kg entre las madres fumadoras es 12 veces mayor que entre las madres no fumadoras.

c. $\hat{\sigma}_{\log(OR)} = \sqrt{1/15 + 1/5 + 1/16 + 1/64} = 0{,}587$.

$IC_{OR} = 12{,}00(2{,}71828)^{\pm 1{,}96\,(0{,}587)} = (3{,}80;\ 37{,}92)$.

Podemos estimar, con una confianza del 95%, que el verdadero riesgo (el riesgo poblacional) se encuentra entre 3,80 y 37,92.

3.11. Contraste sobre homogeneidad marginal o simetría (prueba de McNemar).
Comenzamos construyendo la correspondiente tabla de contingencias:

	Actitud después		
Actitud antes	(1) A favor	(2) En contra	*Total*
(1) A favor	20	0	20
(2) En contra	7	23	30
Total	27	23	50

1. *Hipótesis*: $H_0: \pi_{1+} = \pi_{+1}$; $H_1: \pi_{1+} \neq \pi_{+1}$ (se está planteando un contraste bilateral porque se está valorando si la opinión ha cambiado, sin anticipar el sentido del cambio).
2. *Supuestos*: muestra aleatoria de $n = 50$ sujetos en la que se han medido una variable dicotómica dos veces).
3. *Estadístico del contraste* (con $n_{12} = 0$ y $n_{21} = 7$): $X^2_{\text{McNemar}} = \dfrac{(|0 - 7| - 1)^2}{0 + 7} = 5{,}14$.

4. *Distribución muestral*: X^2_{McNemar} se distribuye según χ^2_1.
5. *Zona crítica*: $X^2_{\text{McNemar}} \geq \chi^2_{1;\,0,95} = 3{,}84$.
6. *Decisión*: puesto que el estadístico del contraste (5,14) es mayor que el punto crítico (3,84), se rechaza H_0. Por tanto, puede afirmarse que la proporción de personas que se muestra *a favor* ha cambiado.

3.12. Índice de acuerdo *kappa*.

$\sum_i n_{ii} = 12 + 5 = 17.$

$\sum_i n_{i+}n_{+i} = 18(14) + 7(11) = 329.$

$\hat{\kappa} = (25(17) - 329)/(25^2 - 329) = 0{,}324.$

En principio, el grado de acuerdo parece más bien pobre. Veamos si alcanza la significación estadística:

$$\sum_i n_{i+}n_{+i}(n_{i+} + n_{+i}) = 18(14)(18{+}14) + 7(11)(7{+}11) = 9.450.$$

$$\hat{\sigma}^2_\kappa = \frac{1}{25(25^2 - 329)^2}\left[25^2(329) + (329)^2 - 25(9.450)\right] = 0{,}0354 \quad \rightarrow \quad \hat{\sigma}_\kappa = 0{,}188.$$

$Z_\kappa = 0{,}324 / 0{,}188 = 1{,}72 \quad \sim \quad N(0,\, 1).$

$p = 2P(Z_\kappa \geq 1{,}72) = 2(0{,}043 = 0{,}086$. Por tanto, el grado de acuerdo entre los psiquiatras no alcanza la significación estadística.

3.13. La alternativa correcta es la *b*. Se trata de comparar dos proporciones *relacionadas*.

3.14. La alternativa correcta es la *d*. Si la *odds* de un suceso vale 4, su probabilidad vale 4/(4+1) = 0,80; esto descarta la alternativa *a*. Si la probabilidad de un suceso vale 0,75, su *odds* vale 0,75/0,25 = 3; esto descarta la alternativa *b*. Si la *odds ratio* vale 3, entonces la *odds* del numerador (no su probabilidad) es 3 veces la del denominador (esto descarta la alternativa *c*).

3.15. $odds_1 / odds_2 = 3$; $odds_1 = 0{,}60 / 0{,}40 = 1{,}5$; $odds_2 = 1{,}5 / 3 = 0{,}5$; $P_2 = 0{,}5/(0{,}5 + 1) = 0{,}33$.

Capítulo 4

4.1. *a*. Prueba de Wilcoxon:

1. *Hipótesis*: H_0: $Mdn_{\text{antes}} \leq Mdn_{\text{después}}$.
   H_1: $Mdn_{\text{antes}} > Mdn_{\text{después}}$ (contraste unilateral derecho).
2. *Supuestos*: muestra de 7 diferencias aleatoriamente seleccionadas de una población simétrica.
3. *Estadístico del contraste*: $S_+ = \sum R_{i(+)} = 6{,}5 + 2 + 5 + 4 + 6{,}5 + 3 + 1 = 28$ (también, puesto que todas las diferencias son positivas, $S_+ = 7(8)/2 = 28$).

Sujetos	1	2	3	4	5	6	7
Y_1	19	13	20	12	15	17	9
Y_2	7	9	10	4	3	10	6
D_i	12	4	10	8	12	7	3
R_i	6,5	2	5	4	6,5	3	1

4. *Distribución muestral*: los puntos críticos están tabulados en la Tabla M del Apéndice final.
5. *Zona crítica* (con $n = 7$ y $\alpha = 0{,}05$): $S_+ > s_{0,95} = 24$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (28) es mayor que el punto crítico (24), se rechaza H_0. Por tanto, puede concluirse que la mediana del número de errores es menor en el momento *después* que en el momento *antes*.

Prueba de los signos:

1. *Hipótesis*: H_0: $Mdn_{\text{antes}} \leq Mdn_{\text{después}}$.
   H_1: $Mdn_{\text{antes}} > Mdn_{\text{después}}$ (contraste unilateral derecho).
2. *Supuestos*: muestra aleatoria de 7 diferencias resultado de medir dos variables ordinales y restar las puntuaciones de cada par (se desechan las diferencias nulas).
3. *Estadístico del contraste*: $n_+ = 7$ (las 7 diferencias son positivas).
4. *Distribución muestral*: n_+ se distribuye según el modelo de probabilidad binomial con parámetros $n = 7$ y $\pi_+ = 0{,}50$.
5. *Regla de decisión*: se rechaza H_0 si $P(n_+ \geq 7) < 0{,}05$. En la distribución binomial (Tabla A del Apéndice final), con $n = 7$ y $\pi_+ = 0{,}50$, se obtiene: $P(n_+ \geq 7) = 1 - 0{,}992 = 0{,}008$.
6. *Decisión*: puesto que $0{,}008 < 0{,}05$, se rechaza H_0. Puede concluirse que el promedio de errores es menor en el momento *después* que en el momento *antes*.

b. Tenemos $\bar{D} = 8$ y $S_D = 3{,}61$; por tanto, $\hat{\delta} = |\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2|/S_D = 8/3{,}61 = 2{,}21$.

c. Con $\alpha = 0{,}05$ y $1 - \beta = 0{,}80$, la Tabla E del Apéndice final ofrece para φ un valor de 2,50. En consecuencia, $n = 2{,}50^2/2{,}21^2 = 1{,}28$ (con un efecto de tamaño tan grade, solamente harían falta 2 sujetos para alcanzar una potencia de 0,80).

4.2. *a*. $R_S = 1 - 6\sum_i D_i^2/(n^3 - n) = 1 - 6\,(23{,}5)/(7^3 - 7) = 0{,}58$.

b. Para considerar que el valor $R_S = 0{,}58$ es significativamente distinto de cero pueden utilizarse los puntos críticos de la Tabla R del Apéndice final. Con $n = 7$ y $\alpha = 0{,}05$, solamente serán considerados mayores que cero los valores $R_S > r_{1-\alpha/2} = r_{0,975} = 0{,}876$. Por tanto, el valor encontrado no alcanza la significación estadística.

c. Para decidir si dos variables difieren se comparan sus promedios; para decidir si están relacionadas se valora la pauta de variación subyacente (por ejemplo, si las puntuaciones altas en una de ellas tienden a ir acompañadas de puntuaciones altas en la otra). Los promedios pueden ser distintos tanto si la pauta de variación es una (por ejemplo, lineal) como si es otra (por ejemplo, cuadrática o de otro tipo; o incluso si no existe ninguna pauta de variación discernible).

4.3. *a*. Prueba de Wilcoxon:

1. *Hipótesis*: H_0: $Mdn_{\text{con}} \geq Mdn_{\text{sin}}$.
   H_1: $Mdn_{\text{con}} < Mdn_{\text{sin}}$ (contraste unilateral izquierdo).
2. *Supuestos*: muestra de $n = 9$ diferencias aleatoriamente seleccionadas de una población simétrica (hay una diferencia nula que se desecha).
3. *Estadístico del contraste*: puesto que las 9 diferencias tienen signo negativo, $S_+ = 0$.

4. *Distribución muestral*: los puntos críticos están tabulados en la Tabla M del Apéndice final.
5. *Zona crítica* (con $n = 9$ y $\alpha = 0{,}05$): $S_+ > s_{0,05} = 9$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (0) es menor que el punto crítico (9), se rechaza H_0. Puede concluirse que el promedio de aciertos es menor en el grupo *con alcohol* que en el grupo *sin alcohol*.

b. Tenemos $\bar{D} = -2{,}8$ y $S_D = 1{,}69$; por tanto, $\hat{\delta} \; = \; |\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| / S_D = 2{,}8/1{,}69 = 1{,}66$.

4.4. *a*. Prueba de Wilcoxon:

1. *Hipótesis*: H_0: $Mdn_{1º} \leq Mdn_{2º}$.
   H_1: $Mdn_{1º} > Mdn_{2º}$ (contraste unilateral derecho).
2. *Supuestos*: muestra de $n = 15$ diferencias aleatorias seleccionadas de una población simétrica.
3. *Estadístico del contraste*: todas las diferencias excepto una son positivas; a la única diferencia negativa le corresponde el rango 2,5; por tanto, $S_+ = 15(16)/2 - 2{,}5 = 117{,}5$.
4. *Distribución muestral*: los puntos críticos están tabulados en la Tabla M del Apéndice final.
5. *Zona crítica* (con $n = 15$ y $\alpha = 0{,}05$): $S_+ > s_{0,95} = 89$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (117,5) es mayor que el punto crítico (89), se rechaza H_0. Puede concluirse que los gemelos nacidos en primer lugar manifiestan, en promedio, mayor agresividad que los nacidos en segundo lugar.

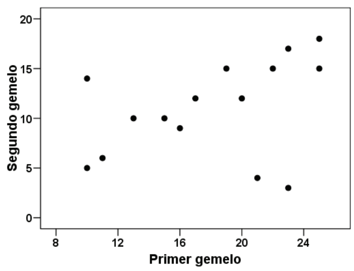
b. Tenemos $\bar{D} = 7$ y $S_D = 5{,}62$; por tanto, $\hat{\delta} \; = \; |\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| / S_D = 7/5{,}62 = 1{,}25$.

c. Con $\varphi = \hat{\delta}\sqrt{n} = 1{,}25(15)^{½} = 4{,}84$ y $\alpha = 0{,}05$ en un contraste unilateral, la Tabla E del Apéndice final indica que la potencia del contraste es mayor de 0,99.

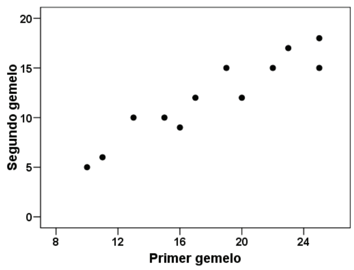
d. $R_S \; = \; 1 - 6\sum_i D_i^2 / (n^3 - n) \; = \; 1 - 6\,(309{,}5)/(15^3 - 15) \; = \; 0{,}45$.

e. Para considerar que el valor $R_S = 0{,}45$ es significativamente distinto de cero pueden utilizarse los puntos críticos de la Tabla R del Apéndice final. Con $n = 15$ y $\alpha = 0{,}05$, solamente serán considerados mayores que cero los valores $R_S > r_{1-\alpha/2} \; = \; r_{0,975} \; = \; 0{,}525$. Por tanto, el valor encontrado no alcanza la significación estadística.

4.5. *a*.



b. Esos tres pares son el 13, el 14 y el 15. Al eliminarlos se obtiene el siguiente diagrama.:



c. $R_S = 1 - 6\sum_i D_i^2/(n^3 - n) = 1 - 6\,(20{,}5)/(12^3 - 12) = 0{,}93$.

d. Para considerar que el valor $R_S = 0{,}93$ es significativamente distinto de cero utilizamos los puntos críticos de la Tabla R del Apéndice final. Con $n = 12$ y $\alpha = 0{,}05$, serán considerados mayores que cero los valores $R_S > r_{1-\alpha/2} = r_{0{,}975} = 0{,}591$. Por tanto, el valor encontrado (0,93), es significativamente distinto de cero.

4.6. La alternativa correcta es la *d*. El contraste es unilateral derecho y por encima del estadístico del contraste queda una probabilidad de 0,07. Con $\alpha = 0{,}01$, la decisión debe ser mantener H_0 (esto descarta las alternativas *a*, *c*, y *e*). En la alternativa *b* se dice que 0,93 es mayor que 0,01; esto es cierto, pero no es la razón por la que se mantiene H_0, pues no se está comparando p con α, sino $1 - p$ con α. En la alternativa *d*, finalmente, se está comparando $1 - p$ con $1 - \alpha$; y esto permite mantener H_0 porque $1 - p = 0{,}93$ es menor que $1 - \alpha = 0{,}99$.

4.7. *a*. H_0: X e Y no están relacionadas; H_1: la relación entre X e Y es monótona creciente.

b. No. Porque no se ha podido rechazar H_0.

c. $p = 1 - p = 0{,}07$.

4.8. El contraste es unilateral izquierdo y el estadístico del contraste está ubicado en la zona crítica, pues por debajo de -2 queda una probabilidad $p = 1 - 0{,}98 = 0{,}02$. Por tanto, lo razonable es rechazar H_0.

4.9. El rechazo de la hipótesis nula indica que existe relación negativa. Esto descarta la alternativa *a* de no relación y la alternativa *d* de relación positiva. Las alternativas *b* y *c* contienen connotaciones causales (*depende*...) Impropias de un estudio correlacional. Únicamente la alternativa *e* habla de relación negativa en los términos correctos.

4.10. $\delta = 6/\sqrt{97} = 0{,}61$; $\varphi = 0{,}61\sqrt{31} = 3{,}4$; con estos datos, la Tabla E del Apéndice final indica que a una potencia de 0,80 le corresponde un nivel de significación de 0,005.

Capítulo 5

5.1. *a*. Contraste sobre dos medias independientes asumiendo varianzas iguales.

1. *Hipótesis*: $H_0: \mu_1 = \mu_2$
   $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ (contraste bilateral)
2. *Supuestos*: se tienen dos muestras aleatorias extraídas de poblaciones normales cuyas varianzas se asumen iguales.
3. *Estadístico del contraste*:
   $$T = \frac{(5 - 6{,}5) - 0}{\sqrt{[(5\,(2{,}37)^2 + 7\,(2{,}26)^2)/(6+6-2)]\,(1/6+1/6)}} = -1{,}12$$
4. *Distribución muestral*: T se distribuye según t con $n_1 + n_2 - 2 = 6 + 6 - 2 = 10$ grados de libertad.
5. *Zona crítica*: $T \leq t_{10;\,0{,}025} = -2{,}228$ y $T \geq t_{10;\,0{,}975} = 2{,}228$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico de contraste $(-1{,}12)$ se encuentra dentro de la zona de aceptación $(-2{,}228 < -1{,}12 < 2{,}228)$, se mantiene H_0. Por tanto, no es posible afirmar que el tipo de instrucciones afecte a la ejecución de la tarea.
7. *Nivel crítico*: $p = 2\,[P(T \leq -1{,}12)] > 2\,(0{,}10) > 0{,}20$.

Con la prueba de Mann-Whitney:

1. *Hipótesis*: H_0: $E(Y_1) = E(Y_2)$;
   H_1: $E(Y_1) \neq E(Y_2)$ (contraste bilateral).
2. *Supuestos*: asumimos que las puntuaciones de ambos grupos son muestras aleatorias de poblaciones que tienen la misma forma.
3. *Estadístico del contraste*: $U = S_1 = 32$.
4. *Zona crítica* (en la Tabla O de Apéndice final, con $n_1 = n_2 = 6$ y $\alpha = 0{,}05$): $U < u_{0,025} = 27$ y $U > u_{0,975} = 78 - 27 = 51$.
5. *Decisión*: puesto que 32 se encuentra entre 27 y 51, no se puede rechazar H_0. Por tanto, no es posible afirmar que la ejecución de los grupos comparados sea distinta.

b. $T = -1{,}123$; $\hat{\delta} = |1{,}123| \sqrt{1/6 + 1/6} = 0{,}65$.

$R_{XY} = 1{,}123 / \sqrt{1{,}123^2 + 10} = 0{,}33$.

De acuerdo con la regla de Cohen, los valores de $\hat{\delta}$ y R_{XY} revelan un efecto de tamaño *medio*. No obstante, se trata de un efecto no significativo (recordemos que no se ha rechazado H_0). El valor de $\hat{\delta}$ indica que las medias comparadas se encuentran alejadas 0,65 desviaciones típicas. Si asumimos que las muestras proceden de poblaciones normales: $P\,(Z < 0{,}65) = 0{,}74$. Este resultado indica que el 74% de las puntuaciones del grupo 1 están por debajo de la media del grupo 2.

c. $\hat{\varphi} = 0{,}65\sqrt{6/2} = 1{,}13$. Con $\alpha = 0{,}05$, la Tabla E indica que la potencia vale, aproximadamente, 0,20.

d. Con $\alpha = 0{,}05$ y $1 - \beta = 0{,}85$, la Tabla E del Apéndice final ofrece para φ un valor de 3. Aplicando [5.30] obtenemos $n = 2\,(3)^2 / 0{,}65^2 = 42{,}6$. Harían falta 43 sujetos por grupo para alcanzar una potencia de 0,85.

e. Puesto que la diferencia entre las medias (1,5 puntos) es mayor que la diferencia considerada irrelevante o trivial (1 punto), no es necesario hacer ningún cálculo: no es posible concluir que los grupos sean equivalentes. No obstante, al calcular el intervalo de equivalencia obtenemos:

$IC_{\mu_{Y_1} - \mu_{Y_2}} = (-3{,}92;\ 0{,}92)$

Y, puesto que los límites del intervalo de equivalencia no se encuentran entre los límites -1 y 1, no puede concluirse que los grupos sean equivalentes.

5.2. *a*. Prueba de Mann-Whitney:

1. *Hipótesis*: H_0: $E(Y_1) \geq E(Y_2)$;
   H_1: $E(Y_1) < E(Y_2)$ (contraste bilateral).
2. *Supuestos*: asumimos que las puntuaciones de ambos grupos son muestras aleatorias de poblaciones que tienen la misma forma.
3. *Estadístico del contraste*: $U = S_1 = 108{,}5$.
4. *Zona crítica* (en la Tabla O del Apéndice final, con $n_1 = n_2 = 13$ y $\alpha = 0{,}05$): $U < u_{0,05} = 143$.
5. *Decisión*: puesto que $108{,}5 < 143$, se rechaza H_0. Se puede concluir que los sujetos del grupo A han fumado, en promedio, menos cigarrillos que los del grupo B.

b. $T = -4{,}28$; $\hat{\delta} = |4{,}28| \sqrt{1/13 + 1/13} = 1{,}68$.

$R_{XY} = 4{,}28 / \sqrt{4{,}28^2 + 24} = 0{,}66$.

De acuerdo con la regla de Cohen, tanto el valor de $\hat{\delta}$ como el de R_{XY} revela un efecto de tamaño grande. El valor de $\hat{\delta}$ indica que las medias comparadas se encuentran alejadas 1,68 desviaciones típicas. Si asumimos que las muestras proceden de poblaciones normales: $P(Z < 1{,}68) = 0{,}95$. Este resultado indica que el 95% de las puntuaciones del grupo A están por debajo de la media del grupo B.

c. $\hat{\varphi} = 1{,}68\sqrt{13/2} = 4{,}28$. Con $\alpha = 0{,}05$, la Tabla E indica que la potencia vale al menos 0,99.

5.3. Con los datos del ejercicio 5.1, $A = 0{,}69$. Esta proporción indica que de cada par de puntuaciones elegidas de las dos poblaciones estudiadas, aproximadamente el 70% de las veces la primera del par (grupo 1) será menor que la segunda (grupo 2). Este resultado no es muy distinto del obtenido con el estadístico $\hat{\delta}$, según el cual el 74% de las puntuaciones del grupo experimental están por debajo de la media del grupo control.

Con los datos del ejercicio 5.2, $A = 0{,}90$. Esta proporción indica que de cada par de puntuaciones elegidas de las dos poblaciones estudiadas, aproximadamente el 90% de las veces la primera del par (grupo A) será menor que la segunda (grupo A). Este resultado no es muy distinto del obtenido con el estadístico $\hat{\delta}$, según el cual el 95% de las puntuaciones del grupo A están por debajo de la media del grupo B.

5.4. Contraste sobre dos medias independientes no asumiendo varianzas iguales.

1. *Hipótesis*: $H_0: \mu_{\text{introvertidos}} = \mu_{\text{extrovertidos}}$
   $H_1: \mu_{\text{introvertidos}} \neq \mu_{\text{extrovertidos}}$ (contraste bilateral)
2. *Supuestos*: se tienen dos muestras aleatorias procedentes de poblaciones normales cuyas varianzas no se asumen iguales.
3. *Estadístico del contraste*:

$$T' = \frac{3{,}5 - 6{,}3 - 0}{\sqrt{1{,}8^2/22 + 3{,}2^2/16}} = -3{,}16$$

4. *Distribución muestral*: T' se distribuye según t con 22 grados de libertad (t_{22}), pues aplicando la ecuación [11.11] se obtiene

$$gl' = \frac{(1{,}8^2/22 + 3{,}2^2/16)^2}{(1{,}8^2/22)^2/21 + (3{,}2^2/16)^2/15} = 21{,}9$$

5. *Zona crítica*: $T \leq t_{22;\,0{,}025} = -2{,}074$ y $T \geq t_{22;\,0{,}975} = 2{,}074$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste ($-3{,}16$) es menor que el punto crítico de la cola izquierda ($-2{,}074$), se rechaza H_0. Por tanto, puede concluirse que el rendimiento medio de los introvertidos y los extrovertidos en la tarea de solución de problemas no es el mismo, lo cual significa que difieren en su resistencia a experimentar indefensión.
7. *Nivel crítico*: $p = 2\,[P(T \leq -3{,}16)] < 2\,(0{,}005) \;\rightarrow\; p < 0{,}01$.

5.5. Intervalo de confianza para la diferencia entre dos medias independientes (con $\alpha = 0{,}01$). Puesto que no se está asumiendo que las varianzas poblacionales sean iguales, el error típico de la diferencia entre las medias ($\hat{\sigma}_{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}$) hay que calcularlo a partir de la ecuación [5.9] (no a partir de la ecuación [5.4]). En realidad, este error típico ya lo hemos calculado (es el denominador del estadístico T' del ejercicio anterior):

$$\hat{\sigma}_{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2} = \sqrt{1{,}8^2/22 + 3{,}2^2/16} = 0{,}89$$

Por tanto,

$$IC_{|\mu_{Y_1}-\mu_{Y_2}|} = |\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| \pm t_{gl;\,1-\alpha/2}\,\hat{\sigma}_{\bar{Y}_1-\bar{Y}_2} = |3{,}5 - 6{,}3| \pm t_{22;\,0{,}995}\,(0{,}89) =$$
$$= 2{,}8 \pm 2{,}819\,(0{,}89) = 2{,}8 \pm 2{,}51 = (0{,}29;\ 5{,}31)$$

La estrategia idónea para aumentar la precisión de un intervalo consiste en aumentar el tamaño de las muestras. Cuando esto no es posible, queda la alternativa de disminuir el nivel de confianza. Si en lugar de utilizar un nivel de confianza de 0,99 se utiliza un nivel de confianza de 0,95, el intervalo se estrecha hasta (0,95; 4,65).

5.6. *a*. Contraste sobre dos medias independientes asumiendo varianzas iguales (con tamaños muestrales iguales no hay problema en asumir que las varianzas poblacionales también lo son).

1. *Hipótesis*: $H_0: \mu_A = \mu_B$; $H_1: \mu_A \neq \mu_B$ (contraste bilateral)
2. *Supuestos*: tenemos dos muestras aleatorias procedentes de poblaciones normales cuyas varianzas asumimos iguales.
3. *Estadístico del contraste*:

$$\bar{A} = 800/10 = 80$$
$$\bar{B} = 680/10 = 68$$
$$S_A^2 = \frac{(82-80)^2 + (78-80)^2 + \cdots + (70-80)^2}{9} = 95{,}11$$
$$S_B^2 = \frac{(72-68)^2 + (68-68)^2 + \cdots + (70-68)^2}{9} = 77{,}11$$
$$T = \frac{(80-68)-0}{\sqrt{[(9(95{,}11) + 9(77{,}11))/(10+10-2)]\,(1/10+1/10)}} = 2{,}89$$

4. *Distribución muestral*: T' se distribuye según t con 10+10−2 = 18 grados de libertad.
5. *Zona crítica*: $T \leq t_{18;\,0{,}025} = -2{,}101$ y $T \geq t_{18;\,0{,}975} = 2{,}101$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (2,89) es mayor que el punto crítico de la cola derecha (2,101), se rechaza H_0. Por tanto, puede concluirse que el rendimiento medio en los dos exámenes no es el mismo. Este resultado apoya la sospecha del educador de que el orden de las preguntas afecta al rendimiento de los sujetos.
7. *Nivel crítico*: $p = 2\,[P(T \geq 2{,}89)] \approx 2\,(0{,}05) \approx 0{,}01$.

b. $\hat{\delta} = |2{,}89|\,\sqrt{1/10 + 1/10} = 1{,}29$.

$R_{XY} = |2{,}89| / \sqrt{2{,}89^2 + 20 - 2} = 0{,}56$.

De acuerdo con la regla de Cohen, tanto el valor de $\hat{\delta}$ como el de R_{XY} revela un efecto de tamaño grande. El valor de $\hat{\delta}$ indica que las medias comparadas se encuentran alejadas 1,29 desviaciones típicas. Si asumimos que las muestras proceden de poblaciones normales: $P(Z < 1{,}29) = 0{,}90$. Este resultado indica que el 90% de las puntuaciones del examen B están por debajo de la media del examen A.

5.7. *a*. Mantenerla.

b. Porque 0,955 > 0,05 (debe repararse en el hecho de que el estadístico del contraste y la zona crítica se encuentran en colas opuestas de la distribución muestral).

c. Nivel crítico: $p = 0{,}955$.

5.8. *a*. Rechazarla.
b. Porque 0,025 < 0,05.
c. Nivel crítico: p = 0,025.

5.9. Con $\alpha = 0{,}01$, el valor del estadístico del contraste (1,984) cae fuera de la zona crítica porque, siendo el contraste unilateral derecho, el punto crítico vale 2,365. La decisión que debe tomarse es, por tanto, mantener H_0. Esto descarta como correctas las alternativas *a*, *c* y *e*. En la alternativa *b* se está tomando la decisión correcta pero basada en un argumento equivocado: aunque es cierto que 1,984 > 1,660, esto no tiene nada que ver con el motivo por la cual se mantiene H_0. Y en la alternativa *d* ocurre algo parecido: se está tomando la decisión correcta basada en un argumento equivocado, pues cuando un estadístico de contraste cae en la zona crítica no debe mantenerse H_0, sino rechazarse. En conclusión, ninguna de las alternativas es correcta.

5.10. El estadístico T cae en la cola izquierda de su distribución muestral, muy alejado de la zona crítica (el contraste es unilateral derecho). Por tanto lo razonable es mantener H_0. Esto descarta las alternativas *a* y *d*, y deja como buena la *c*. Un contraste no informa sobre la probabilidad de H_0 (esto descarta la alternativa *b*). Por último, si H_0 es verdadera y se mantiene no se estará cometiendo ningún error (esto descarta la alternativa *e*).

Capítulo 6

6.1. *a*. ANOVA de un factor.

1. Hipótesis: H_0: $\mu_5 = \mu_{10} = \mu_{15}$.
   H_1: $\mu_j \neq \mu_{j'}$ para algún valor de j o j' ($j \neq j'$).
2. *Supuestos*: tenemos 3 muestras de tamaño $n = 6$ aleatoriamente seleccionadas de poblaciones que asumimos normales y con la misma varianza.
3. *Estadístico del contraste* (ver ecuaciones [6.2], [6.4] y [6.6]):

							$\bar{Y}_j$	S_j^2
5 cc	9	8	7	8	7	9	8	0,80
10 cc	6	6	3	4	5	6	5	1,60
15 cc	4	2	3	4	3	2	3	0,80

$\bar{Y} = (8+5+3)/3 = 5{,}333.$

$\hat{\sigma}^2_{\bar{Y}} = [(8 - 5{,}333)^2 + (5 - 5{,}333)^2 + (3 - 5{,}333)^2]/2 = 6{,}333.$

$MC_A = n\hat{\sigma}^2_{\bar{Y}} = 6\,(6{,}333) = 38.$

$MC_E = (0{,}80+1{,}60+0{,}80)/3 = 1{,}067.$

$F = MC_A \big/ MC_E = 38/1{,}067 = 35{,}62.$

4. *Distribución muestral*: F se distribuye según $F_{J-1,\,N-J} = F_{3-1,\,18-3} = F_{2,\,15}$.
5. *Zona crítica*: $F \geq F_{2,\,15;\,0{,}95} = 3{,}68$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (35,62) es mayor que el punto crítico (3,68), se rechaza H_0. Se puede afirmar que los promedios poblacionales comparados no son iguales. Por tanto, se puede concluir que la cantidad de recompensa afecta a la velocidad de aprendizaje de las ratas.

b. $\hat{\delta} = \sqrt{(J-1)\,MC_A/(N \times MC_E)} = \sqrt{(3-1)38/[18(1{,}067)]} = 1{,}99.$

$$\hat{\omega}^2 = \frac{(J-1)(MC_A - MC_E)}{(J-1)\,MC_A + (N-J+1)\,MC_E} = \frac{(3-1)(38-1{,}067)}{(3-1)38 + (18-3+1)1{,}067} = 0{,}79.$$

Ambos estadísticos revelan que el efecto estudiado es de tamaño grande. El valor de $\hat{\omega}^2$ indica que la cantidad de recompensa comparte aproximadamente el 80% de la variabilidad del número de ensayos necesarios para aprender a recorrer el laberinto.

c. $\hat{\varphi} = \sqrt{(J-1)\,MC_A/(J \times MC_E)} = \sqrt{(3-1)\,38/(3 \times 1{,}067)} = 4{,}87$

Tenemos $\alpha = 0{,}05$, $gl_1 = J - 1 = 2$, $gl_2 = N - J = 15$ y $\hat{\varphi} = 4{,}87$. En la Tabla G del Apéndice final (tomando $gl_2 = 16$ y $\hat{\varphi} = 3$), encontramos que la probabilidad de cometer errores Tipo II (β) vale 0,01. Por tanto, la potencia de este contraste es mayor de 0,99.

d. Comparaciones *post hoc*. Elegimos el procedimiento de Tukey para comparaciones por pares:

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| = |8-5| = 3.$

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| = |8-3| = 5.$

$|\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3| = |5-3| = 2.$

$DMS_{\text{Tukey}} = q_{J,\, N-J;\, 1-\alpha_F}\sqrt{MC_E/n} = q_{3,\, 15;\, 0{,}95}\sqrt{1{,}067/6} = 3{,}67(0{,}42) = 1{,}54.$

Las tres diferencias son mayores que $DMS_{\text{Tukey}} = 1{,}54$. Por tanto, todos los grupos difieren significativamente entre sí.

e. Comparaciones de tendencia (sólo la tendencia lineal):

1. Hipótesis: $H_{0\,(\text{lineal})}$: $\psi_{\text{lineal}} = (-1)\mu_5 + (0)\mu_{10} + (1)\mu_{15} = 0;$
   $H_{1\,(\text{lineal})}$: $\psi_{\text{lineal}} \neq 0.$
2. *Supuestos*: tenemos 3 muestras de tamaño 6 aleatoriamente seleccionadas de poblaciones que asumimos normales y con la misma varianza.
3. Estadístico del contraste (ecuación [6.35]):

   $\hat{\psi}_{\text{lineal}} = (-1)8 + (0)5 + (1)3 = -5.$

   $\sigma_{\hat{\psi}_{\text{lineal}}} = \sqrt{1{,}067\,(-1^2 + 0^2 + 1^2)/6} = 0{,}596.$

   $T_{DB\,(\text{lineal})} = |\hat{\psi}_{\text{lineal}} - \psi_{\text{lineal}}| \,/\, \sigma_{\hat{\psi}_{\text{lineal}}} = 5/0{,}596 = 8{,}39.$
4. *Distribución muestral*: puesto que estamos realizando una única comparación, no es necesario aplicar ningún tipo de control sobre la tasa de error; por tanto, el estadístico de $T_{DB\,(\text{lineal})}$ se aproxima a la distribución *t* de Student con 15 grados de libertad.
5. *Zona crítica*: $T_{DB\,(\text{lineal})} \geq t_{15;\, 0{,}975} = 2{,}131$ (Tabla D del Apéndice final).
6. *Decisión*: puesto que el valor del estadístico del contraste (8,39) es mayor que el punto crítico (2,131), se rechaza $H_{0\,(\text{lineal})}$. Por tanto, puede concluirse que la cantidad de recompensa está linealmente relacionada con la velocidad de aprendizaje.

6.2. *a*. Tenemos una variable categórica o factor (*tratamiento*, con cuatro niveles que definen cuatro grupos) y una variable cuantitativa (*puntuaciones en la escala Hamilton*) en la cual queremos comparar los grupos. Asumiendo que las cuatro muestras se han seleccionado aleatoriamente de poblaciones normales con la misma varianza, la hipótesis de igualdad de medias puede contrastarse aplicando un ANOVA de un factor completamente aleatorizado:

1. Hipótesis: H_0: $\mu_{\text{control}} = \mu_{\text{compuesto}} = \mu_{\text{mixto}} = \mu_{\text{psicoterapia}}$.
   H_1: $\mu_j \neq \mu_{j'}$ para algún valor de j o j' ($j \neq j'$).

2. *Supuestos*: tenemos 4 muestras de tamaño 8 aleatoriamente seleccionadas de poblaciones que asumimos normales y con la misma varianza.
3. *Estadístico del contraste* (ver ecuaciones [6.2], [6.4] y [6.6]):

   $\bar{Y} = (24{,}75 + 20{,}00 + 11{,}50 + 21{,}75)/4 = 19{,}50.$

   $\hat{\sigma}^2_{\bar{Y}} = [(24{,}75 - 19{,}5)^2 + (20{,}00 - 19{,}5)^2 + (11{,}50 - 19{,}5)^2 + (21{,}75 - 19{,}5)^2]/3 = 32{,}29.$

   $MC_A = n\hat{\sigma}^2_{\bar{Y}} = 8(32{,}29) = 258{,}32.$

   $MC_E = (38{,}50 + 35{,}43 + 41{,}43 + 37{,}93)/4 = 38{,}32.$

   $F = MC_A / MC_E = 258{,}32/38{,}32 = 6{,}74.$
4. *Distribución muestral*: F se distribuye según $F_{J-1,\, N-J} = F_{4-1,\, 32-4} = F_{3,\, 28}$.
5. *Zona crítica*: $F \geq F_{3,\, 28;\, 0{,}95} = 2{,}95$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (6,74) es mayor que el punto crítico (2,95), se rechaza H_0. Se puede concluir, por tanto, que los promedios poblacionales comparados no son iguales.

b. $\hat{\delta} = \sqrt{(J-1)\, MC_A / (N \times MC_E)} = \sqrt{(4-1)258{,}32/[32(38{,}32)]} = 0{,}79.$

$$\hat{\omega}^2 = \frac{(J-1)(MC_A - MC_E)}{(J-1)\, MC_A + (N-J+1)\, MC_E} = \frac{(4-1)(258{,}32 - 38{,}32)}{(4-1)258{,}32 + (32-4+1)38{,}32} = 0{,}35.$$

Ambos estadísticos revelan que el efecto estudiado es de tamaño grande. El valor de $\hat{\omega}^2$ indica que las diferencias entre los tratamientos consiguen explicar el 35% de la variabilidad de las puntuaciones en depresión.

c. $\hat{\varphi} = \sqrt{(J-1)\, MC_A / (J \times MC_E)} = \sqrt{(4-1)\, 258{,}32/(4 \times 38{,}32)} = 2{,}25.$

Tenemos $\alpha = 0{,}05$, $gl_1 = J - 1 = 3$, $gl_2 = N - J = 28$ y $\hat{\varphi} = 2{,}25$. En la Tabla G del Apéndice final (tomando $gl_2 = 30$ y $\hat{\varphi} = 2{,}2$), encontramos que la probabilidad de cometer errores Tipo II (β) vale 0,05. Por tanto, la potencia de este contraste vale, aproximadamente, 0,95.

d. Comparaciones con el grupo control. Elegimos el procedimiento de Dunnet:

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| = |20 - 24{,}75| = 4{,}75.$

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| = |11{,}50 - 24{,}75| = 13{,}25.$

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_4| = |21{,}75 - 24{,}75| = 3.$

$$DMS_{\text{Cunnett}} = t_{J,\, N-J;\, 1-\alpha_F} \sqrt{MC_E(1/n_{\text{control}} + 1/n_j)} = t_{4,\, 28;\, 0{,}95} \sqrt{38{,}32(1/8 + 1/8)} =$$
$$= 2{,}48(3{,}10) = 7{,}69.$$

Únicamente $|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| = 13{,}25 > DMS_{\text{Cunnett}} = 7{,}69$. Por tanto, únicamente el grupo con tratamiento *mixto* difiere del grupo control.

e. Comparación planeada con Dunn-Bonferroni:

1. Hipótesis: H_0: $\psi = (1)\mu_{\text{control}} + (1)\mu_{\text{compuesto}} + (-1)\mu_{\text{mixto}} + (-1)\mu_{\text{psicoterapia}}$;
   H_1: $\psi \neq 0$.
2. *Supuestos*: tenemos 4 muestras de tamaño 8 aleatoriamente seleccionadas de poblaciones que asumimos normales y con la misma varianza.
3. Estadístico del contraste (ecuación [6.35]):

   $\hat{\psi} = (1)24{,}75 + (1)20 + (-1)11{,}50 + (-1)21{,}75 = 11{,}5.$

   $\sigma_{\hat{\psi}} = \sqrt{38{,}32\,(1^2 + 1^2 - 1^2 - 1^2)/8} = 4{,}38.$

$T_{DB} = |\hat{\psi} - \psi| / \sigma_{\hat{\psi}} = 11{,}5 / 4{,}38 = 2{,}63.$

4. *Distribución muestral*: puesto que estamos realizando una única comparación, no es necesario aplicar ningún tipo de control sobre la tasa de error; por tanto, el estadístico de T_{DB} se aproxima a la distribución t de Student con 28 grados de libertad.
5. *Zona crítica*: $T_{DB} \geq t_{28;\,0,975} = 2{,}048$.
6. *Decisión*: puesto que el valor del estadístico del contraste (2,63) es mayor que el punto crítico (2,048), se rechaza H_0. Por tanto, puede concluirse las puntuaciones promedio de los grupos que no han recibido psicoterapia difieren (son más altas) que las de los grupos que sí la han recibido.

6.3. La hipótesis de los investigadores puede ponerse a prueba comprobando si la relación entre el paso del tiempo (VI) y la valoración de los sujetos (VD) es de tipo lineal:

1. Hipótesis: $H_{0\,(\text{lineal})}$: $\psi_{\text{lineal}} = (-3)\mu_{2002} + (-1)\mu_{2003} + (1)\,\mu_{2004} + (3)\,\mu_{2005} = 0$;
   $H_{1\,(\text{lineal})}$: $\psi_{\text{lineal}} \neq 0$.
2. *Supuestos*: tenemos 4 muestras de tamaño 100 aleatoriamente seleccionadas de poblaciones que asumimos normales y con la misma varianza.
3. Estadístico del contraste (ecuación [6.35]):

   $\hat{\psi}_{\text{lineal}} = (-3)5{,}2 + (-1)5{,}5 + (1)6 + (3)6{,}2 = 3{,}5.$

   $\sigma_{\hat{\psi}_{\text{lineal}}} = \sqrt{2{,}58\,(-3^2 - 1^2 + 1^2 + 3^2)/100} = 0{,}72.$

   $T_{DB\,(\text{lineal})} = |\hat{\psi}_{\text{lineal}} - \psi_{\text{lineal}}| \,/\, \sigma_{\hat{\psi}_{\text{lineal}}} = 3{,}5 / 0{,}72 = 4{,}86.$
4. *Distribución muestral*: puesto que estamos realizando una única comparación, no es necesario aplicar ningún tipo de control sobre la tasa de error; por tanto, el estadístico de $T_{DB\,(\text{lineal})}$ se aproxima a la distribución t de Student con $N - J = 400 - 4 = 396$ grados de libertad.
5. *Zona crítica*: $T_{DB\,(\text{lineal})} \geq t_{396;\,0,975} \approx 1{,}97$.
6. *Decisión*: puesto que el valor del estadístico del contraste (4,86) es mayor que el punto crítico (1,97), se rechaza $H_{0\,(\text{lineal})}$. Por tanto, puede concluirse que la relación entre el paso del tiempo y las valoraciones de los sujetos es de tipo lineal (en concreto, lineal positiva). Parece que los investigadores tienen razón.

6.4. ANOVA de un factor:

1. Hipótesis: H_0: $\mu_A = \mu_B = \mu_C$.
   H_1: $\mu_j \neq \mu_{j'}$ para algún valor de j o j' ($j \neq j'$).
2. *Supuestos*: tenemos 3 muestras de tamaño $n = 10$ aleatoriamente seleccionadas de poblaciones que asumimos normales y con la misma varianza.
3. *Estadístico del contraste* (ver ecuaciones [6.2], [6.4] y [6.6]):

   $\bar{Y} = (3{,}8 + 5{,}2 + 6{,}3) / 3 = 5{,}1.$

   $\hat{\sigma}^2_{\bar{Y}} = [(3{,}8 - 5{,}1)^2 + (5{,}2 - 5{,}1)^2 + (6{,}3 - 5{,}1)^2] / 2 = 1{,}57.$

   $MC_A = n\hat{\sigma}^2_{\bar{Y}} = 10\,(1{,}57) = 15{,}7.$

   $MC_E = 2{,}22.$

   $F = MC_A \,/\, MC_E = 15{,}7 / 2{,}22 = 7{,}07.$
4. *Distribución muestral*: F se distribuye según $F_{J-1,\,N-J} = F_{3-1,\,30-3} = F_{2,\,27}$.
5. *Zona crítica*: $F \geq F_{2,\,27;\,0,95} = 3{,}35$.

6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (7,07) es mayor que el punto crítico (3,35), se rechaza H_0. Por tanto, puede afirmarse que la cantidad de contenido proteico en la dieta afecta a la velocidad de aprendizaje de las ratas.

6.5. *a*. Meses del año (variable categórica) y bienestar psicológico (variable cuantitativa).
b. ANOVA de un factor (si no se cumplen los supuestos del análisis, puede utilizarse la prueba *H* de Kruskal-Wallis (ver capítulo anterior).
c. Comparaciones de tendencia (para valorar el componente lineal).
d. Prueba de Tukey para comparaciones *post hoc* por pares.

6.6. MC_E siempre es un estimador insesgado de la varianza poblacional. MC_I solamente es un estimador insesgado de la varianza poblacional cuando las medias poblacionales son iguales. Esto únicamente nos deja como verdadera la alternativa *d*.

6.7. La constante sumada no altera la varianza; la constante multiplicada sí: la nueva varianza queda multiplicada por el cuadrado de la constante. Por tanto,
a. $MC_I = 2^2(32{,}3) = 129{,}2$.
b. $MC_E = 2^2(2{,}70) = 10{,}8$.
c. $F = 32{,}3/2{,}70 = 129{,}2/10{,}8 = 11{,}96$.

6.8. La población de niveles de un factor es infinita solamente en algunos casos (esto descarta la alternativa *a*). Los supuestos de independencia y homocedasticidad siempre son importantes (esto descarta las alternativas *b* y *c*). La hipótesis alternativa afirma que no todas las medias so iguales (esto descarta la alternativa *e*). La única alternativa correcta es la *d*: el estadístico *F* es poco sensible al incumplimiento del supuesto de normalidad cuando se trabaja con muestras grandes.

6.9. La MC_E es una varianza y, por tanto, no puede tomar un valor negativo (puede ser nula o positiva). Esto únicamente deja como alternativa correcta la *c*.

6.10. La decisión razonable es mantener o no rechazar H_0 porque $p = 0{,}108 > \alpha = 0{,}01$. Por tanto, la única alternativa correcta es la *e* (en la alternativa *d* se está comparando el valor del estadístico *F* con una probabilidad; en la alternativa *f* se está comparando *p* con $1 - \alpha$).

6.11. *a*. Primer psicólogo: la relación entre el nivel de adrenalina y el número de errores es lineal.
$H_0 : (-1)\mu_{\text{bajo}} + (0)\mu_{\text{medio}} + (1)\mu_{\text{alto}} = 0.$
Segundo psicólogo: la relación entre el nivel de adrenalina y el número de errores es cuadrática.
$H_0 : (1)\mu_{\text{bajo}} + (-2)\mu_{\text{medio}} + (1)\mu_{\text{alto}} = 0.$
b. Mantener o no rechazar H_0 (pues $0{,}261 > 0{,}05$).
c. Rechazar H_0 (Pues $0{,}002 < 0{,}05$).
d. Los resultados indican que la relación es cuadrática. Por tanto, tiene razón el segundo psicólogo.

6.12. La probabilidad de que las *k* decisiones sean correctas vale $(1 - \alpha)^k$. Esta es la probabilidad de que en las *k* decisiones se tome la decisión de mantener H_0 (la cual se asume que es verdadera). La probabilidad de cometer algún error (decidir rechazar al menos una de las *k* hipótesis) vale $1 - (1 - \alpha)^k$. Por tanto, la alternativa correcta es la *e*.

6.13. La única alternativa correcta es la *d*. En la alternativa *a*, los coeficientes no suman cero. Y en las alternativas *b* y *c* no se están comparando los tres primeros grupos con el cuarto.

6.14. Dos comparaciones lineales son independientes si el producto de sus coeficientes suma cero. En el ejemplo: $(1)(1) + (1)(-1) + (-2)(0) = 0$. Las comparaciones son independientes.

6.15. *a*. $H_0 : (1)\mu_{\text{martes}} + (1)\mu_{\text{jueves}} + (-3)\mu_{\text{sábado}} + (1)\mu_{\text{domingo}} = 0$. Puede contrastarse esta hipótesis con la prueba de Dunn-Bonferroni. Con $p = 0{,}001$, lo razonable es rechazar H_0 y concluir que el promedio de denuncias presentadas en sábado difiere del promedio de denuncias presentadas en el resto de los días tomados juntos.

b. $H_0 : (-3)\mu_{\text{martes}} + (-1)\mu_{\text{jueves}} + (1)\mu_{\text{sábado}} + (3)\mu_{\text{domingo}} = 0$ (componente lineal nulo). Puede contrastarse esta hipótesis con la prueba de Dunn-Bonferroni. Con $p = 0{,}001$, lo razonable es rechazar H_0 y concluir que el promedio de denuncias presentadas va aumentando a lo largo de la semana.

6.16. *a*.

Fuente de variación	*SC*	*gl*	*MC*	*F*	*p*
Intergrupos	(60)	(2)	(30)	(6)	0,012
Término lineal	(50)	(1)	50	(10)	0,006
Término cuadrático	(10)	(1)	10	(2)	0,178
Término cúbico	(0)	(0)	(0)	(0)	
Intragrupos o error	(75)	(15)	5		
Total	(135)	17			

b. Sí, porque 0,01 < 0,05.

c. Lineal, porque 0,005 < 0,05.

d. $N = 18$.

e. $\eta^2 = 60/135 = 0{,}44$.

6.17. Son válidos los coeficientes de las alternativas *d* y *e*. Los coeficientes de las restantes alternativas no suman cero.

6.18. Únicamente la alternativa *d* contiene coeficientes que definen una tendencia lineal. Con tres grupos, los coeficientes que definen una tendencia lineal podrían ser, entre otros, −1, 0 y 1 (ver Tabla H del Apéndice final). Y estos son justamente los coeficientes que están presentes en la alternativa *d*, pues $-\mu_1 + \mu_3 = (-1)\mu_1 + (0)\mu_2 + (1)\mu_3$.

Capítulo 7

7.1. *a*. $MC_I = 5[(7{,}8 - 12)^2 + (12{,}4 - 12)^2 + \cdots + (10{,}2 - 12)^2]/5 = 5(46{,}24)/5 = 46{,}24$.

$MC_A = 15[(12{,}2 - 12)^2 + (11{,}8 - 12)^2]/(2 - 1) = 15(0{,}08)/(1) = 1{,}2$.

$MC_B = 10[(11 - 12)^2 + (11{,}7 - 12)^2 + (13{,}3 - 12)^2]/(3 - 1) = 10(2{,}78)/2 = 13{,}9$.

$MC_{AB} = [5(46{,}24) - 15(0{,}08) - 10(2{,}78)]/[(2 - 1)(3 - 1) = (231{,}2 - 1{,}2 - 27{,}8)/2 = 101{,}1$.

$MC_E = 1{,}41$

$F_A = MC_A / MC_E = 1{,}2/1{,}41 = 4{,}80$.

$F_B = MC_B / MC_E = 13{,}9/1{,}41 = 11{,}20$.

$F_{AB} = MC_{AB} / MC_E = 10/1{,}41 = 6{,}4$.

$F_{1,\,24;\,0{,}95} = 4{,}26.$
$F_{2,\,24;\,0{,}95} = 3{,}40.$

FV	*gl*	*MC*	*F*	*Punto crítico*	*Valor p*
Lugar	1	1,2	0,85	4,26	
Tiempo	2	13,9	9,86	3,40	
Lugar × Tiempo	2	101,1	71,70	3,40	
Error	24	**1,41**			
Total	29				

b. – $H_{0(A)}$: $\mu_{\text{centro}} = \mu_{\text{domicilio}}$ (el lugar donde se realiza la terapia no afecta a la dosis consumida). Puesto que $F_A = 0{,}85$ es menor que el punto crítico 4,26, se mantiene o no rechaza $H_{0(A)}$. Por tanto, no existe evidencia de que el lugar donde se realiza la terapia afecte a la dosis consumida.

– $H_{0(B)}$: $\mu_{<2} = \mu_{2\text{-}5} = \mu_{>5}$ (el tiempo que se lleva consumiendo no afecta a la dosis consumida). Puesto que $F_B = 9{,}86$ es mayor que el punto crítico 3,40, se rechaza $H_{0(B)}$. Por tanto, puede concluirse que la dosis consumida está relacionada con el tiempo que se lleva consumiendo.

– $H_{0(AB)}$: $\mu_{jk} - \mu_{j'k} = \mu_{j+} - \mu_{j'+}$ para todo j, j' o k (con $j \neq j'$) (el efecto del lugar de la terapia es independiente del tiempo que se lleva consumiendo). Puesto que $F_{AB} = 71{,}70$ es mayor que el punto crítico 3,40, se rechaza $H_{0(AB)}$. Por tanto, el efecto de la interacción *lugar ×tiempo* es significativo. Puede concluirse que el efecto del lugar de la terapia no es independiente de la dosis consumida.

c. $\hat{\omega}^2_A = 0$ (ver nota a pie de página número 5)

$\hat{\omega}^2_B = (3-1)(9{,}86-1)/[(3-1)(9{,}86-1)+30] = 0{,}37$ (ver [7.22])

$\hat{\omega}^2_{AB} = (2-1)(3-1)(71{,}70-1)/[(2-1)(3-1)(71{,}70-1)+30] = 0{,}82$ (ver [7.22])

El efecto del *lugar* de la terapia es nulo. El *tiempo* de consumo explica el 37% de la variabilidad de la dosis consumida. La interacción *lugar*×*tiempo* explica el 82% de la variabilidad de la dosis consumida. Ambos efectos son de tamaño grande.

d. $\hat{\varphi}_{AB} = \sqrt{(2-1)(3-1)\,101{,}1\,/\,[((2-1)(3-1)+1)\,1{,}41]} = 6{,}91.$

Con $\alpha = 0{,}05$, $gl_1 = 2$, $gl_2 = 24$ y $\hat{\varphi}_B = 6{,}9$, la Tabla G del Apéndice final indica que la probabilidad de cometer errores Tipo II (β) vale 0. Por tanto, la potencia asociada al contraste del efecto de la interacción vale 1.

e. $|\bar{Y}_{+1} - \bar{Y}_{+2}| = |11 - 11{,}7| = 0{,}7.$

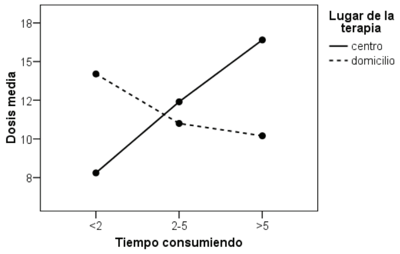
$|\bar{Y}_{+1} - \bar{Y}_{+3}| = |11 - 13{,}3| = 2{,}3.$

$|\bar{Y}_{+2} - \bar{Y}_{+3}| = |11{,}7 - 13{,}3| = 1{,}6.$

$DMS_{\text{Tukey}} = q_{K,\,N-JK;\,1-\alpha_F}\sqrt{MC_E/(nJ)} = q_{3,\,24;\,0{,}95}\sqrt{1{,}41/10} = 3{,}53(0{,}38) = 1{,}34.$

El consumo medio del grupo 3 (más de 5 años) es mayor que el de los otros dos grupos; no existe evidencia de que el consumo medio de los dos primeros grupos sea distinto.

f.



g. $\psi_1 \;=\; (1)\,\mu_{11} + (-1)\,\mu_{12} + (0)\,\mu_{13} + (-1)\,\mu_{21} + (1)\,\mu_{22} + (0)\,\mu_{23}.$

$\psi_2 \;=\; (1)\,\mu_{11} + (0)\,\mu_{12} + (-1)\,\mu_{13} + (-1)\,\mu_{21} + (0)\,\mu_{22} + (1)\,\mu_{23}.$

$\psi_3 \;=\; (0)\,\mu_{11} + (1)\,\mu_{12} + (-1)\,\mu_{13} + (0)\,\mu_{21} + (-1)\,\mu_{22} + (1)\,\mu_{23}.$

1. *Hipótesis*: $H_{0\,(1)}\colon\ \psi_1 = 0;\ \ H_{1\,(1)}\colon\ \psi_1 \neq 0.$
   $H_{0\,(2)}\colon\ \psi_2 = 0;\ \ H_{1\,(2)}\colon\ \psi_2 \neq 0.$
   $H_{0\,(3)}\colon\ \psi_3 = 0;\ \ H_{1\,(3)}\colon\ \psi_3 \neq 0.$

2. *Supuestos*: tenemos 6 muestras de tamaño $n = 5$ aleatoriamente seleccionadas de poblaciones que asumimos normales y con la misma varianza.

3. *Estadísticos del contraste*:

   – $\hat{\psi}_1 \;=\; (1)7{,}8 + (-1)12{,}4 + (0)16{,}4 + (-1)14{,}2 + (1)11 + (0)10{,}2 \;=\; -7{,}8.$
   $\hat{\psi}_2 \;=\; (1)7{,}8 + (0)12{,}4 + (-1)16{,}4 + (-1)14{,}2 + (0)11 + (1)10{,}2 \;=\; -12{,}6.$
   $\hat{\psi}_3 \;=\; (0)7{,}8 + (1)12{,}4 + (-1)16{,}4 + (0)14{,}2 + (-1)11 + (1)10{,}2 \;=\; -4{,}8.$

   – $\sigma_{\hat{\psi}_h} \;=\; \sqrt{1{,}41\,[(1)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (-1)^2 + (1)^2 + (0)^2]\,/\,5} \;=\; 1{,}062.$

   Puesto que los coeficientes de las tres comparaciones son los mismos (aunque en diferente orden), las tres comparaciones tienen el mismo error típico.

   – $T_{DB(1)} \;=\; |\hat{\psi}_1 - \psi_1|\,/\,\sigma_{\hat{\psi}_1} \;=\; 7{,}8/1{,}062 \;=\; 7{,}34.$
   $T_{DB(2)} \;=\; |\hat{\psi}_2 - \psi_2|\,/\,\sigma_{\hat{\psi}_2} \;=\; 12{,}6/1{,}062 \;=\; 11{,}86.$
   $T_{DB(3)} \;=\; |\hat{\psi}_3 - \psi_3|\,/\,\sigma_{\hat{\psi}_3} \;=\; 4{,}8/1{,}062 \;=\; 4{,}52.$

4. *Distribución muestral*: los puntos críticos de la distribución muestral de T_{DB} están en la Tabla J del Apéndice final, con $\alpha_F = 0{,}05$, $k = 3$ y $gl_{\text{error}} = N - JK = 30 - 2(3) = 24$.

5. *Zona crítica*: $T_{DB} \geq t_{3,\,24;\,0{,}95} \;=\; 2{,}57.$

6. *Decisión*: en las tres comparaciones se verifica $T_{DB} > 2{,}57$. Por tanto, las tres comparaciones son significativas. El hecho de que el efecto de la interacción sea significativo está indicando que la diferencia entre lo que se consume en el centro y en el domicilio cambia en función del tiempo que se lleva consumiendo. Las comparaciones entre los efectos simples permiten concretar que lo que ocurre cuando se lleva consumiendo menos de dos años (6,4 puntos de consumo medio más en el domicilio) difiere significativamente de lo que ocurre cuando se lleva consumiendo 2-5 años (1,4 puntos más en el centro) y más de 5 años (6,2 puntos más en el centro); y lo que ocurre cuando se lleva consumiendo más de 5 años (6,2 puntos más en el centro) difiere significativamente de lo que ocurre cuando se lleva consumiendo 2-5 años (1,4 puntos más en el centro).

7.2. *a*. ANOVA AB-CA:

1. Hipótesis:
   - $H_{0(A)}$: $\mu_{\text{instrumental}} = \mu_{\text{atribucional}}$ (el tipo de entrenamiento no afecta al rendimiento).
   - $H_{0(B)}$: $\mu_{\text{cooperativo}} = \mu_{\text{competitivo}} = \mu_{\text{individual}}$ (el clima de clase no afecta al rendimiento).
   - $H_{0(AB)}$: $\mu_{jk} - \mu_{j'k} = \mu_{j+} - \mu_{j'+}$ para todo j, j' o k (con $j \neq j'$) (el efecto del entrenamiento es independiente del clima de clase.
2. *Supuestos*: tenemos 6 muestras de tamaño 5 aleatoriamente seleccionadas de 6 poblaciones que asumimos normales y con la misma varianza.
3. *Estadísticos del contraste*:

$MC_I = 5[(6{,}7 - 6)^2 + (5 - 6)^2 + \cdots + (5{,}1 - 6)^2]/5 = 5(15{,}52)/5 = 15{,}52.$

$MC_A = 15[(6{,}97 - 6)^2 + (5{,}03 - 6)^2]/(2 - 1) = 15(1{,}88)/(1) = 28{,}20.$

$MC_B = 10[(6{,}20 - 6)^2 + (4{,}65 - 6)^2 + (7{,}15 - 6)^2]/(3 - 1) = 10(3{,}185)/2 = 15{,}93.$

$MC_{AB} = [5(15{,}52) - 15(1{,}88) - 10(3{,}185)]/[(2 - 1)(3 - 1) = (77{,}6 - 28{,}2 - 31{,}85)/2 = 8{,}77.$

$MC_E = (1{,}075 + 1{,}625 + 1{,}575 + 1{,}825 + 1{,}075 + 1{,}3)/6 = 1{,}413.$

$F_A = MC_A / MC_E = 28{,}2/1{,}413 = 19{,}96.$

$F_B = MC_B / MC_E = 15{,}93/1{,}413 = 11{,}27.$

$F_{AB} = MC_{AB} / MC_E = 8{,}77/1{,}413 = 6{,}21.$

4. *Distribuciones muestrales* (con $J = 2$, $K = 3$ y $N = 30$):
   - $F_A \sim F$ con $J - 1 = 1$ y $N - JK = 24$ grados de libertad, es decir, $F_{1,\,24}$.
   - $F_B \sim F$ con $K - 1 = 2$ y $N - JK = 24$ grados de libertad, es decir, $F_{2,\,24}$.
   - $F_{AB} \sim F$ con $(J - 1)(K - 1) = 2$ y $N - JK = 24$ grados de libertad, es decir, $F_{2,\,24}$.
5. *Zonas críticas*:
   - $F_A \geq F_{1,\,24;\,0,95} = 4{,}26.$
   - $F_B, F_{AB} \geq F_{2,\,24;\,0,95} = 3{,}40.$
6. *Reglas de decisión*:
   - Puesto que $F_A = 19{,}96$ es mayor que el punto crítico 4,26, se rechaza $H_{0(A)}$. Puede concluirse que el rendimiento medio no es el mismo en los dos grupos. Por tanto, el tipo de entrenamiento afecta al rendimiento.
   - Puesto que $F_B = 11{,}27$ es mayor que el punto crítico 3,40, se rechaza $H_{0(B)}$. Puede concluirse que el rendimiento medio no es el mismo en los tres climas de clase. Por tanto, el clima de clase afecta al rendimiento.
   - Puesto que $F_{AB} = 6{,}21$ es mayor que el punto crítico 3,40, se rechaza $H_{0(AB)}$. Puede concluirse que el efecto de la interacción AB es estadísticamente significativo. Por tanto, el efecto del entrenamiento sobre el rendimiento está condicionado o modulado por el clima de clase.

b. $\hat{\omega}^2_A = (2 - 1)(19{,}96 - 1)/[(2 - 1)(19{,}96 - 1) + 30] = 0{,}39.$

$\hat{\omega}^2_B = (3 - 1)(11{,}27 - 1)/[(3 - 1)(11{,}27 - 1) + 30] = 0{,}41.$

$\hat{\omega}^2_{AB} = (2 - 1)(3 - 1)(6{,}21 - 1)/[(2 - 1)(3 - 1)(6{,}21 - 1) + 30] = 0{,}26.$

El tipo de entrenamiento explica un 39% de la variabilidad del rendimiento. El clima de clase explica el 41% de la variabilidad del rendimiento. La interacción entre el tipo de entrenamiento y el clima de clase explica el 26% de la variabilidad del rendimiento. Los tres efectos son de tamaño grande.

c. $\hat{\varphi}_{AB} = \sqrt{(2-1)(3-1)\,8{,}77 / [((2-1)(3-1)+1)\,1{,}413]} = 2{,}03$.

Con $\alpha = 0{,}05$, $gl_1 = 2$, $gl_2 = 24$ y $\hat{\varphi}_B = 2{,}03$, la Tabla G del Apéndice final indica que la probabilidad de cometer errores Tipo II (β) vale aproximadamente 0,16. Por tanto, la potencia asociada al contraste del efecto de la interacción vale $1 - 0{,}16 = 0{,}84$.

d. $|\bar{Y}_{+1} - \bar{Y}_{+2}| = |6{,}20 - 4{,}65| = 0{,}20$.

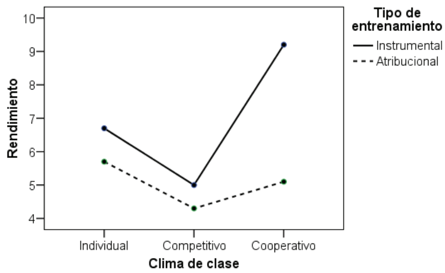
$|\bar{Y}_{+1} - \bar{Y}_{+3}| = |6{,}20 - 7{,}15| = 0{,}95$.

$|\bar{Y}_{+2} - \bar{Y}_{+3}| = |4{,}65 - 7{,}15| = 2{,}50$.

$DMS_{\text{Tukey}} = q_{K,\,N-JK;\,1-\alpha_F}\sqrt{MC_E/(nJ)} = q_{3,\,24;\,0{,}95}\sqrt{1{,}413/10} = 3{,}53(0{,}38) = 1{,}34$.

El rendimiento medio del grupo 3 (clima individual) es mayor que el de los otros dos grupos; no existe evidencia de que el rendimiento medio de los grupos 1 y 2 sea distinto.

e.



f. $\psi_1 = (1)\mu_{11} + (-1)\mu_{12} + (0)\mu_{13} + (-1)\mu_{21} + (1)\mu_{22} + (0)\mu_{23}$.

$\psi_2 = (1)\mu_{11} + (0)\mu_{12} + (-1)\mu_{13} + (-1)\mu_{21} + (0)\mu_{22} + (1)\mu_{23}$.

$\psi_3 = (0)\mu_{11} + (1)\mu_{12} + (-1)\mu_{13} + (0)\mu_{21} + (-1)\mu_{22} + (1)\mu_{23}$.

1. *Hipótesis*: $H_{0(1)}$: $\psi_1 = 0$; $H_{1(1)}$: $\psi_1 \neq 0$.
   $H_{0(2)}$: $\psi_2 = 0$; $H_{1(2)}$: $\psi_2 \neq 0$.
   $H_{0(3)}$: $\psi_3 = 0$; $H_{1(3)}$: $\psi_3 \neq 0$.
2. *Supuestos*: tenemos 6 muestras de tamaño $n = 5$ aleatoriamente seleccionadas de poblaciones que asumimos normales y con la misma varianza.
3. *Estadísticos del contraste*:
   - $\hat{\psi}_1 = (1)6{,}7 + (-1)5{,}0 + (0)9{,}2 + (-1)5{,}7 + (1)4{,}3 + (0)5{,}1 = 0{,}3$.
     $\hat{\psi}_2 = (1)6{,}7 + (0)5{,}0 + (-1)9{,}2 + (-1)5{,}7 + (0)4{,}3 + (1)5{,}1 = -3{,}1$.
     $\hat{\psi}_3 = (0)6{,}7 + (1)5{,}0 + (-1)9{,}2 + (0)5{,}7 + (-1)4{,}3 + (1)5{,}1 = -3{,}4$.
   - $\sigma_{\hat{\psi}_h} = \sqrt{1{,}413\,[(1)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (-1)^2 + (1)^2 + (0)^2]/5]} = 1{,}063$.
     Puesto que los coeficientes de las tres comparaciones son los mismos (aunque en diferente orden), las tres comparaciones tienen el mismo error típico.
   - $T_{DB(1)} = |\hat{\psi}_1 - \psi_1| / \sigma_{\hat{\psi}_1} = 0{,}3/1{,}063 = 0{,}28$.
     $T_{DB(2)} = |\hat{\psi}_2 - \psi_2| / \sigma_{\hat{\psi}_2} = 3{,}1/1{,}063 = 2{,}92$.
     $T_{DB(3)} = |\hat{\psi}_3 - \psi_3| / \sigma_{\hat{\psi}_3} = 3{,}4/1{,}063 = 3{,}20$.

4. *Distribución muestral*: los puntos críticos de la distribución muestral de T_{DB} están en la Tabla J del Apéndice final, con $\alpha_F = 0{,}05$, $k = 3$ y $gl_{\text{error}} = N - JK = 30 - 2(3) = 24$.
5. *Zona crítica*: $T_{DB} \geq t_{3,\,24;\,0{,}95} = 2{,}57$.
6. *Decisión*: $T_{DB} > 2{,}57$ en las comparaciones 2 y 3. El efecto del tipo de entrenamiento no es el mismo cuando el clima de clase es individual (diferencia de 4,1 puntos) que cuando es cooperativo (diferencia de 1 punto) o competitivo (diferencia de 0,7 puntos); y no existe evidencia de que el efecto del entrenamiento cambie porque el clima de clase sea cooperativo o competitivo.

7.3. Si no existe efecto del factor *A* ni del *B*, entonces las medias marginales de ambos factores son iguales a la media total:

	b_1	b_2	b_3	
a_1	2	(4)	(6)	(4)
a_2	(6)	4	(2)	(4)
	(4)	(4)	(4)	4

7.4. En un ANOVA no se valora la relación entre los factores; y el efecto de la interacción *AB* es independiente de lo que ocurre con cada factor por separado. Esto descarta todas las alterntivas excepto la última, la cual expresa justamente el concepto de interacción.

7.5. *a*. Si no existe efecto de la interacción, la diferencia entre las medias de las casillas debe ser igual a la diferencia entre sus correspondientes medias marginales:

	b_1	b_2	b_3	
a_1	(70)	(50)	(30)	50
a_2	(50)	(30)	(10)	(30)
	(60)	40	20	(40)

b. Sí, pues las μ_{j+} no son iguales.
c. Sí, pues las μ_{+k} no son iguales.
d. Si se decide rechazar la hipótesis nula referida al factor *A* no se estaría cometiendo ningún error, pues se estaría rechazando una hipótesis nula que es falsa.
e. Tantos como niveles tiene el factor *B*, es decir, 3.
f. La hipótesis nulas no pueden afirmarse. Sin embargo, en este caso conocemos las medias poblacionales y sabemos que no existe efecto de la interacción. Por tanto, puede afirmarse que los efectos simples del factor *A* no difieren.

7.6. *a*.
- Datos > Segmentar (seleccionar los dos factores como variables de segmentación).
- Analizar > Estadísticos descriptivos > Explorar (seleccionar la variable dependiente y solicitar gráficos con pruebas de normalidad).
- En todos los casos se mantiene la hipótesis de normalidad. Los niveles críticos que se obtienen con la prueba de Shapiro-Wilk son: 1,000; 0,967; 0,394; 0,564; 0,801; 0,501; 0,871; 0,585; 0,692.

b. $F_{\text{dieta}} = 5{,}86$, $p = 0{,}006$. Se rechaza $H_{0\,(\text{dieta})}$; por tanto, el efecto de la dieta es significativo.
$F_{\text{horas}} = 7{,}81$, $p = 0{,}002$. Se rechaza $H_{0\,(\text{horas})}$; por tanto, el efecto de las horas de sueño es significativo.

$F_{\text{dieta*horas}} = 0{,}58$, $p = 0{,}682$. Se mantiene $H_{0\,(\text{dieta*horas})}$; por tanto, el efecto de la interacción no es significativo.

c. $\hat{\eta}^2_{\text{dieta}} = 0{,}25$. La dieta explica el 25% de la actividad motara de las ratas.
$\hat{\eta}^2_{\text{horas}} = 0{,}30$. Las horas de sueño explican el 30% de la actividad motara de las ratas.
$\hat{\eta}^2_{\text{dieta}*horas} = 0{,}06$. La interacción no *dieta*horas* no contribuye significativamente a explicar a la actividad motara de las ratas.

d. $1 - \beta = 0{,}173$.

e. Elegimos la prueba de Tukey.
- Para el factor *dieta*: la dieta 3 difiere de la 1 ($p = 0{,}007$) y de la 2 ($p = 0{,}039$); no hay evidencia de diferencias entre las dietas 1 y 2 ($p = 0{,}767$).
- Para el factor *horas*: el nivel 3 difiere del 1 ($p = 0{,}002$) y del 2 ($p = 0{,}013$); no hay evidencia de diferencias entre los niveles 1 y 2 ($p = 0{,}767$).

7.7. Si un efecto principal es significativo, también lo será alguna (no necesariamente todas) de las comparaciones ortogonales en que puede descomponerse, y al revés. Si un efecto principal no es significativo, tampoco lo será ninguna de las comparaciones ortogonales en que puede descomponerse, y al revés (todo esto descarta las alternativas *a*, *b* y *e*). El efecto de la interacción es independiente de los efectos principales (esto descarta la alternativa *c*). Con $K = 2$ no es posible definir dos comparaciones independientes entre los niveles del factor *B*; con dos medias solamente cabe definir una comparación (esto descarta la alternativa *d*). Por tanto, todas las alternativas contienen afirmaciones falsas.

7.8. La alternativa *a* es correcta: si el estadístico F_A es significativo con $J = 2$, la relación únicamente puede ser de tipo lineal. La alternativa *b* es falsa: con $K = 3$ la relación podría ser lineal, cuadrática o lineal y cuadrática. La alternativa *c* es correcta: puesto que con $K = 3$ la relación puede ser lineal o cuadrática, si no es cuadrática debe ser lineal. La alternativa *d* es falsa: con $K = 2$ solamente puede haber relación de tipo lineal. La alternativa *e* es falsa: el estadístico F_{AB} no contiene información sobre el efecto del factor *B*.

Capítulo 8

8.1. *a*. ANOVA de un factor con medidas repetidas.

1. H_0: $\mu_{100} = \mu_{250} = \mu_{500}$ (la dosis no afecta al grado de ansiedad).
   H_1: $\mu_j \neq \mu_{j'}$ para algún valor de j o j' ($j \neq j'$) (la dosis no afecta al grado de ansiedad).
2. *Supuestos*: tenemos 3 muestras aleatorias de puntuaciones extraídas de poblaciones que asumimos normales y con la misma varianza; asumimos también que las varianzas de las diferencias entre cada par de medidas son iguales.
3. *Estadístico del contraste*:

$$MC_A = 4\,[(67-76)^2 + (76-76)^2 + (85-76)^2]\,/\,(3-1) = 324.$$

$$\begin{aligned} MC_{A\times S} &= [(72-67-75+76)^2 + (64-67-75+76)^2 + (70-67-81+76)^2 + \cdots \\ &\quad + (84-85-75+76)^2 + (90-85-81+76)^2 + (86-85-73+76)^2\,]\,/\,[(3-1)(4-1) = \\ &= 96/6 = 16. \end{aligned}$$

$$F = MC_A \big/ MC_{A\times S} = 324/16 = 20{,}25.$$

4. *Distribución muestral*: F se distribuye según $F_{J-1,(J-1)(n-1)} = F_{3-1,(3-1)(4-1)} = F_{2,6}$.
5. *Zona crítica*: $F \geq F_{2,6;0,95} = 5{,}14$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (20,25) es mayor que el punto crítico (5,14), se rechaza H_0. Se puede concluir, por tanto, que la dosis afecta al grado de ansiedad.

b. $\hat{\omega}^2 = \dfrac{(3-1)(324-16)}{(3-1)\,324 + [3(4)-3+1]\,16} = 0{,}76.$

La dosis explica el 76% de la variabilidad de las puntuaciones en ansiedad.

c. $\hat{\varphi} = \sqrt{(3-1)324/[3(16)]} = 3{,}67.$

Con $\alpha = 0{,}05$, $gl_1 = 2$ y $gl_2 = 6$, en la Tabla G del Apéndice final (tomando $\hat{\varphi} = 3$, que es el valor mayor que ofrece la tabla), encontramos que la probabilidad de cometer errores Tipo II (β) vale 0,05. Por tanto, con $\hat{\varphi} > 3$ la potencia del contraste ($1 - \beta$) es mayor de 0,95.

d. $|\hat{\psi}_1| = |\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| = |67 - 76| = 9.$

$|\hat{\psi}_2| = |\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| = |67 - 85| = 18.$

$|\hat{\psi}_3| = |\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3| = |76 - 85| = 9.$

$DMS_{\text{Tukey}} = q_{3,\,6;\,0,95}\sqrt{16/4} = 4{,}34(2) = 8{,}68.$

Todas las diferencias son mayores que $DMS_{\text{Tukley}} = 8{,}68$. Por tanto, todas la diferencias son significativas.

e. Comparación planeada entre los dos primeros grupos, tomados juntos, y el tercero:

- H_0: $\psi = (1)\mu_{100} + (1)\mu_{250} + (-2)\mu_{500} = 0$; H_1: $\psi \neq 0$.
- $\hat{\psi} = (1)67 + (1)76 + (-2)85 = -27.$
- $\sigma_{\hat{\psi}} = \sqrt{16[(1)^2/4 + (1)^2/4 + (-2)^2/4]} = 4{,}90.$
- $T = |\hat{\psi} - \psi|/\sigma_{\hat{\psi}} = 27/4{,}90 = 5{,}51.$
- $t_{1,\,6;\,0,95} = 2{,}447.$
- Como $5{,}51 > 2{,}447$, se rechaza H_0. Por tanto, la media del tercer grupo (500 mg) difiere significativamente de la media de los otros dos grupos (100 y 250 mg) tomados juntos.

f. Tendencia lineal:

- H_0: $\psi_{\text{lineal}} = (-1)\mu_{100} + (0)\mu_{250} + (1)\mu_{500} = 0$; H_1: $\psi \neq 0$.
- $\hat{\psi} = (-1)67 + (0)76 + (1)85 = 18.$
- $\sigma_{\hat{\psi}} = \sqrt{16[(-1)^2/4 + (0)^2/4 + (1)^2/4]} = 2{,}83.$
- $T = |\hat{\psi} - \psi|/\sigma_{\hat{\psi}} = 18/2{,}83 = 6{,}36.$
- $t_{6;\,0,975} = 2{,}447.$
- Como $6{,}36 > 2{,}447$, se rechaza H_0. Por tanto, puede concluirse que en la relación entre la dosis y el grado de ansiedad hay un componente lineal significativo.

8.2. *a*. Sí. W = 0,667, $p = 0{,}667$.

b. 0,75.

c. No cambia. Se sigue rechazando H_0 ($p < 0{,}05$ con cualquier corrección que se aplique).

d. Sí cambia. Con la aproximación multivariada no se rechaza H_0 (p = 0,090 > 0,05).

e. No. Los estadísticos multivariados son poco potentes cuando las muestras son muy pequeñas.

f. X_r^2 = 8, p = 0,018. Se rechaza H_0. Por tanto, el estadístico F y la prueba de Friedman llevan a la misma conclusión.

8.3. *a*. ANOVA de un factor con medidas repetidas.

1. H_0: $\mu_7 = \mu_8 = \mu_9$ (El razonamiento verbal no cambia entre los 7 y los 9 años).
   H_1: $\mu_j \neq \mu_{j'}$ para algún valor de j o j' ($j \neq j'$) (el razonamiento verbal cambia).
2. *Supuestos*: tenemos 3 muestras aleatorias de puntuaciones extraídas de poblaciones que asumimos normales y con la misma varianza; asumimos también que las varianzas de las diferencias entre cada par de medidas son iguales.
3. *Estadístico del contraste*:

$$MC_A = 10\,[(24-27)^2 + (28-27)^2 + (29-27)^2]\,/\,(3-1) = 70.$$

$$\begin{aligned} MC_{A\times S} &= [(20-24-24+27)^2 + (28-24-30+27)^2 + (24-24-28+27)^2 + \cdots \\ &\quad + (29-29-25+27)^2 + (14-29-12+27)^2 + (43-29-42+27)^2\,]\,/\,[(3-1)(10-1)] \\ &= 60/18 = 3{,}333. \end{aligned}$$

$$F = MC_A \,/\, MC_{A\times S} = 70/3{,}333 = 21.$$

4. *Distribución muestral*: F se distribuye según $F_{J-1,\,(J-1)(n-1)} = F_{3-1,\,(3-1)(10-1)} = F_{2,\,18}$.
5. *Zona crítica*: $F \geq F_{2,\,18;\,0{,}95} = 3{,}55$.
6. *Decisión*: como el valor del estadístico del contraste (21) es mayor que el punto crítico (3,55), se rechaza H_0. Se puede concluir, por tanto, que el nivel de razonamiento verbal cambia entre los 7 y los 9 años.

b. $$\hat{\omega}^2 = \frac{(3-1)\,(70-3{,}333)}{(3-1)\,70 + [3(10)-3+1]\,3{,}333} = 0{,}57.$$

Las edades incluidas en el análisis explican el 57% de la variabilidad del razonamiento verbal.

c. $$\hat{\varphi} = \sqrt{(3-1)70/[3(3{,}333)]} = 3{,}74.$$

Con α = 0,05, gl_1 = 2 y gl_2 = 18, en la Tabla G del Apéndice final (tomando gl_2 = 20 y $\hat{\varphi}$ = 3, que es el valor mayor que ofrece la tabla), encontramos que la probabilidad de cometer errores Tipo II (β) vale 0,01. Por tanto, con $\hat{\varphi}$ > 3 la potencia del contraste (1 − β) es mayor de 0,99.

d. Tendencia lineal:

- H_0: $\psi_{\text{lineal}} = (-1)\mu_{100} + (0)\mu_{250} + (1)\mu_{500} = 0$; H_1: $\psi \neq 0$.
- $\hat{\psi} = (-1)24 + (0)28 + (1)29 = 5$.
- $\sigma_{\hat{\psi}} = \sqrt{3{,}333\,[(-1)^2/10 + (0)^2/10 + (1)^2/10]} = 0{,}82$.
- $T = |\hat{\psi} - \psi|/\sigma_{\hat{\psi}} = 5/0{,}82 = 6{,}10$.
- $t_{6;\,0{,}95} = 2{,}447$.
- Como 6,10 > 2,447, se rechaza H_0. Por tanto, puede concluirse que en la relación entre la edad y el nivel de razonamiento verbal hay un componente lineal significativo.

e. Aplicando un modelo CA: MC_A = 70; MC_E = 97,55; F = 0,72; p > 0,05. Se mantiene H_0. La MC_A es la misma en ambos modelos (70). Sin embargo, la MC_E es mucho mayor en el modelo CA. Y la conclusión a la que se llega es distinta.

f. En el modelo CA no se tiene en cuenta que las puntuaciones de los mismos sujetos pueden estar relacionadas. En el modelo MR sí: la variabilidad error es menor en este modelo que en modelo

CA porque se elimina de ella la debida al hecho de estar utilizando los mismos sujetos. Y siendo MC_A idéntica en ambos modelos, al disminuir MC_E aumenta el valor del estadítico F y con ello la probabilidad de rechazar H_0. Aunque en un diseño CA se trabaja con más grados de libertad, el valor de la MC_E es tan alto que el estadístico F no es significativo.

8.4. *a*. $X_r^2 = 13{,}67$; $p = 0{,}018$. Puesto que $0{,}018 < 0{,}05$, se rechaza la hipótesis nula de igualdad de promedios. Por tanto, puede concluirse que los sujetos no reciben la misma valoración.

b. $X_r^2 = 1{,}30$; $p = 0{,}522$. Puesto que $0{,}522 > 0{,}05$, no puede rechazarse la hipótesis nula de igualdad de promedios. Por tanto, no puede afirmarse que los jueces difieran en sus valoraciones promedio.

c. El primero (apartado *a*). Cuando la concordancia entre los $J = 3$ jueces sea perfecta, la variabilidad entre los $n = 6$ sujetos será máxima. Cuando la concordancia entre los $J = 3$ jueces se nula, la variabilidad entre los $n = 6$ sujetos será mínima. Por tanto, estudiar si los $n = 6$ promedios de los sujetos son iguales (hipótesis de igualdad de promedios) equivale a estudiar si los $J = 3$ conjuntos de rangos correspondientes a cada juez son independientes (hipótesis de no relación o no concordancia).

8.5. – H_0 : las 5 poblaciones (estímulos) tienen el mismo centro.

– Para calcular el estadístico de Friedman, comenzamos construyendo una tabla con los rangos que ha asignado cada sujeto a los estímulos:

	Estímulos				
Sujetos	A	B	C	D	E
1	4	3	1	2	5
2	5	2	1	3	4
3	5	1	2	4	3
4	5	2	1	3	4
5	5	2	3	1	4
6	4	5	2	1	3
7	4	3	1	2	5
8	2	4	1	3	5
Sumas	34	22	12	19	33

$$X_r^2 = \frac{12}{8(5)(5+1)}(34^2 + 22^2 + 12^2 + 19^2 + 33^2) - 3(8)(5+1) = 17{,}70.$$

– Con $J = 5$, $n = 8$ y $\alpha = 0{,}05$, la Tabla Q del Apéndice final ofrece el valor $x^2_{5,\,8;\,0{,}95} = 9{,}20$.

– Como el estadístico del contraste (17,70) es mayor que el punt crítico (9,20), se rechaza H_0. Puede concluirse que los estímulos no son percibidos, en promedio, como igualmente intensos.

8.6. *a*. Prueba de Friedman

	A	N	R	V
1	3	4	1	2
2	2	4	1	3
3	3	4	2	1
4	3	4	1	2
5	2	4	3	1
6	3	4	2	1

$X_r^2 = 13{,}20$; $p = 0{,}004$. Se rechaza H_0. Por tanto, puede concluirse que los estimulos no son percibidos como igualmente alegres o tristes.

b. Si los colores difieren en el continuo alegre-triste solo puede ser porque las valoraciones de los sujetos se parecen.

8.7. *a*. El estadístico F se aproxima a la distribución F con $gl_1 = J - 1 = 3 - 1 = 2$ y $gl_2 = (J - 1)(n - 1) = (3 - 1)(7 - 1) = 12$ grados de libertad. Por tanto, la zona crítica esta formada por los valores mayores que $F_{2,\,12;\,0,95} = 3{,}89$. Puesto que el valor del estadístico del contraste (12,86) es mayor que el punto crítico (3,89), se rechaza H_0. Puede concluirse que el rendimiento no es el mismo en las tres tareas.

b. $\hat{\lambda} = (J - 1)F = 2(12{,}86) = 25{,}72$.
$\hat{\varphi} = \sqrt{\hat{\lambda}/J} = \sqrt{25{,}72/3} = 2{,}93$.
$\hat{\delta} = \hat{\varphi}/\sqrt{n} = 2{,}93/\sqrt{7} = 1{,}11$ (de acuerdo con la regla de Cohen, un efecto de tamaño grande).

Capítulo 9

9.1. *a*. ANOVA de dos factores (ansiedad × dificultad) con medidas repetidas en uno (dificultad).

b. Sí, pues el estadístico de Mauchly tiene asociado un nivel crítico $p = 0{,}325$. Este supuesto se refiere a la matriz de varianzas-covarianzas de las tres medidas repetidas (una matriz de rango 3 con las varianzas de cada medida en la diagonal principal y las covarianzas entre medidas fuera de la diagonal).

c. Sí, pues el estadístico de Box tiene asociado un nivel crítico $p = 0{,}728$. Se están comparando las dos matrices de varianzas-covarianzas entre medidas repetidas (una por cada nivel de *ansiedad*).

d. Rechazar $H_{0\,(\text{ansiedad})}$, pues $p = 0{,}018$.
Mantener $H_{0\,(\text{dificultad})}$, pues $p = 0{,}270$.
Rechazar $H_{0\,(\text{ansiedad}\,\times\,\text{dificultad})}$, pues $p = 0{,}006$.

e. No. Todo sigue igual.

f. No. Todo sigue igual.

g. Los estadísticos multivariados pierden potencia con tamaños muestrales pequeños (aunque en este caso concreto llevan a la misma conclusión que los estadísticos univariados).

h. No, pues el estadístico F que permite valorar el componente cuadrático tiene asociado un nivel crítico $p = 0{,}666$.

i. – $\hat{\eta}^2_{\text{ansiedad}} = 0{,}64$.
– $\hat{\eta}^2_{\text{dificultad}} = 0{,}20$.
– $\hat{\eta}^2_{\text{ansiedad}\times\text{dificultad}} = 0{,}58$.
El factor *ansiedad* explica el 64% de la variabilidad del rendimiento. El factor *dificultad* no contribuye a explicar la variabilidad del rendimiento (su efecto no es significativo). La interacción entre ansiedad y dificultad explica el 58% de la variabilidad del rendimiento.

j. 0,77, 0,25 y 0,90 para los efectos de la ansiedad, la dificultad y la interacción, respectivamente.

9.2. *a*. Efectos simples del factor *ansiedad* (con ajuste de la tasa de error con el método de Bonferroni):

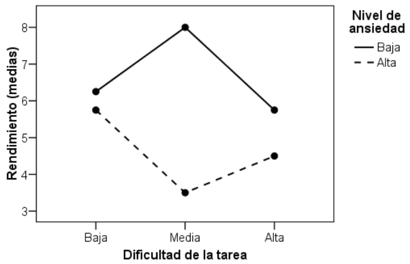
- Efecto de la *ansiedad* cuando la dificultad es *baja*: $p = 0{,}550$. Se mantiene H_0.
- Efecto de la *ansiedad* cuando la dificultad es *media*: $p = 0{,}001$. Se rechaza H_0.
- Efecto de la *ansiedad* cuando la dificultad es *alta*: $p = 0{,}287$. Se mantiene H_0.

El rendimiento de los sujetos con ansiedad baja difiere del rendimiento de los sujetos con ansiedad alta únicamente cuando la tarea es de dificultad media.

b. Comparación entre los efectos simples del factor *ansiedad* (con $\alpha_C = 0{,}05/3 = 0{,}017$).

- Al comparar el efecto simple de *ansiedad* cuando la dificultad es *baja* y cuando la dificultad es *media* se obtiene $F = 34{,}91$, $p = 0{,}001$. Por tanto, se rechaza H_0.
- Al comparar el efecto simple de *ansiedad* cuando la dificultad es *baja* y cuando la dificultad es *alta* se obtiene $F = 0{,}43$, $p = 0{,}537$. Por tanto, se mantiene H_0.
- Al comparar el efecto simple de *ansiedad* cuando la dificultad es *baja* y cuando la dificultad es *alta* se obtiene $F = 6{,}76$, $p = 0{,}041$. Por tanto, se mantiene H_0.

c.



La diferencia en el rendimiento entre los sujetos con ansiedad *baja* y *alta* vale 0,5 puntos en el caso de dificultad *baja*, 4,5 puntos en el caso de dificultad *media* y 1,25 puntos en el caso de dificultad alta. Estas diferencias son en las que se basa la comparación entre sí los efectos simples. Los resultados del apartado anterior indican que lo que ocurre cuando la dificultad de la tarea es *baja* (una diferencia de 0,5 puntos) no es lo mismo que lo que ocurre cuando la dificultad de la tarea es *media* (4,5 puntos). Y no hay evidencia suficiente para afirmar que lo que ocurre cuando la dificultad es *alta* (1,25 puntos) difiera de lo que ocurre cuando la dificultad es *baja* (0,5 puntos) o *media* (4,5).

9.3. *a*. ANOVA de dos factores (estrés × estación) con medidas repetidas en uno (estación).

b. Sí, pues el estadístico de Mauchly tiene asociado un nivel crítico $p = 0{,}918$. Este supuesto se refiere a la matriz de varianzas-covarianzas de las cuatro medidas repetidas (una matriz cuadrada con 4 filas, una por cada medida repetida).

c. Sí, pues el estadístico de Box tiene asociado un nivel crítico $p = 0{,}739$. Se están comparando dos matrices de varianzas-covarianzas (una por cada nivel de *estrés*).

d. Rechazar $H_{0\,(\text{estrés})}$, pues $p = 0{,}003$.

Rechazar $H_{0\,(\text{estación})}$, pues $p < 0{,}0005$.

Mantener $H_{0\,(\text{estrés}\times\text{estación})}$, pues $p = 0{,}887$.

e. 24.

f. 0,878.

g. No. Todo sigue igual.

h. No. Todo sigue igual.

i. – $\hat{\omega}^2_{\text{estrés}} = 1\,(18{,}485 - 1)\,/\,[1\,(18{,}485 - 1) + 2(3)(5)] = 0{,}37.$

– $\hat{\omega}^2_{\text{estación}} = 2\,(17{,}911 - 1)\,/\,[2\,(17{,}911 - 1) + 2(3)(5)] = 0{,}53.$

– $\hat{\omega}^2_{\text{estrés}\times\text{estación}} = 2\,(0{,}212 - 1)\,/\,[2(0{,}212 - 1) + 2(3)(5)] = 0.$

El factor *estrés* explica el 37% de la variabilidad la gravedad de la alergia. El factor *estación* explica el 53 % de la variabilidad de la gravedad de la alergia. La interacción entre el *estrés* y la *estación* no contribuye a explicar la gravedad de la alergia (su efecto no es significativo).

j. 0,96, 1,00 y 0,08 para los efectos del estrés, la estación y la interacción, respectivamente.

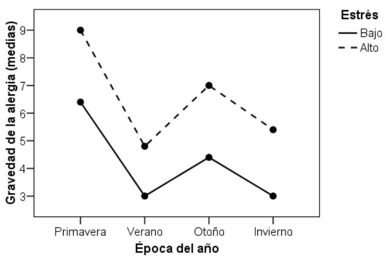
9.4. *a*. Comparaciones por pares con corrección de Bonferroni.
Las únicas diferencias significativas se dan entre la media de *primavera* y las otras tres estaciones (p = 0,001 con *verano*; p = 0,031 con *otoño*; p = 0,01 con *invierno*).

b. Efectos simples del factor *estrés* (con ajuste de la tasa de error con el método de Bonferroni):
- Efecto simple de *estrés* en *primavera*: p = 0,008. Se rechaza H_0.
- Efecto simple de *estrés* en *verano*: p = 0,085. Se mantiene H_0.
- Efecto simple de *estrés* en *otoño*: p = 0,0,036. Se rechaza H_0.
- Efecto simple de *estrés* en *invierno*: p = 0,0,025. Se rechaza H_0.

La gravedad de la alergia de los sujetos con bajo estrés difiere significativamente de la gravedad de la alergia de los sujetos con alto estrés en todas las épocas del año excepto en verano.

c. Comparación entre los efectos simples del factor *estrés*.
El hecho de que el efecto de la interacción no sea significativo está indicando que los efectos simples no difieren entre sí. Por tanto, es innecesario compararlos. No obstante, si se realizan estas comparaciones (6 en total), se obtienen los siguientes noveles críticos:
- primavera-verano: p = 0,503.
- primavera-otoño: p = 1,000.
- primavera-invierno: p = 0,801.
- verano-otoño: p = 0,503.
- verano-invierno: p = 0,672.
- otoño-invierno: p = 0,879.

d.



El gráfico ayuda a entender por qué el efecto de la interacción no es significativo: la diferencia en la gravedad de la alergia entre los sujetos con estrés bajo y los sujetos con estrés alto no parece cambiar de una época del año a otra.

9.5. *a*. ANOVA de dos factores (memoria × tiempo) con medidas repetidas en ambos.

b. Sí, pues el estadístico de Mauchly tiene asociado un nivel crítico p = 0,165 para los tres momentos y un nivel crítico p = 0,084 para la interacción.

c. Se rechaza $H_{0\ (\text{recuerdo})}$ con $p = 0{,}037$.
Se rechaza $H_{0\ (\text{tiempo})}$ con $p < 0{,}0005$.
Se rechaza $H_{0\ (\text{recuerdo} \times \text{tiempo})}$ con $p = 0{,}042$.

Los tres efectos son estadísticamente significativos. El número de errores se ve afectado tanto por el tipo de recuerdo como por el paso del tiempo y por la interacción entre el tipo de recuerdo el paso del tiempo.

d. – $\hat{\eta}^2_{\text{recuerdo}} = 0{,}62$.
– $\hat{\eta}^2_{\text{tiempo}} = 0{,}79$.
– $\hat{\eta}^2_{\text{recuerdo} \times \text{tiempo}} = 0{,}47$.

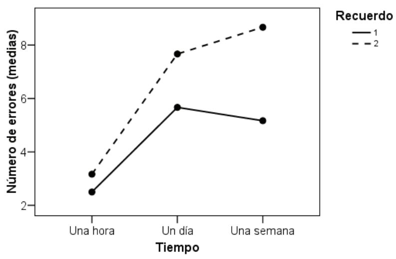
El tipo de recuerdo explica el 62% de la variabilidad del número de errores. El paso del tiempo explica el 79% de la variabilidad del número de errores. La interacción entre el tipo de recuerdo y el paso del tiempo explica el 47% de la variabilidad del número de errores.

e. Efectos simples del factor *recuerdo* (con ajuste de la tasa de error con el método de Bonferroni):
- Efecto de tipo de *recuerdo* al cabo de *una hora*: $p = 0{,}465$. Se mantiene H_0.
- Efecto del tipo de *recuerdo* al cabo de *un día*: $p = 0{,}119$. Se mantiene H_0.
- Efecto del tipo de *recuerdo* al cabo de una *semana*: $p = 0{,}007$. Se rechaza H_0.

Por tanto, el número medio de errores en condiciones de reconocimiento difiere del número medio de errores en condiciones de evocación únicamente al cabo de una semana.

f. Comparación entre los efectos simples del factor *recuerdo* (con $\alpha_C = 0{,}05/3 = 0{,}017$).
- Al comparar el efecto simple de *recuerdo* al cabo de *una hora* y al cabo de *un día* se obtiene $F = 1{,}08$, $p = 0{,}346$. Por tanto, se mantiene H_0.
- Al comparar el efecto simple de *recuerdo* al cabo de *una hora* y al cabo de *una semana* se obtiene $F = 22{,}23$, $p = 0{,}005$. Por tanto, se rechaza H_0.
- Al comparar el efecto simple de *recuerdo* al cabo de *un día* y al cabo de *una semana* se obtiene $F = 3{,}14$, $p = 0{,}137$. Por tanto, se mantiene H_0.

g.



De acuerdo con los resultados del apartado anterior, la diferencia en el número medio de errores entre las condiciones de reconocimiento y evocación no es la misma al cabo de una hora y al cabo de una semana.

Capítulo 10

10.1 *a*. En puntuaciones directas: $\hat{Y} = 15{,}281 + 3{,}465\,X$.
En puntuaciones típicas: $\hat{Z}_Y = 0{,}908\ Z_X$.

b. – B_1 = 3,465. La ecuación de regresión pronostica un incremento de 3,465 puntos en el rendimiento académico por cada hora más de estudio.
– $B_{1(Z)}$ = 0,908. La ecuación de regresión pronostica un aumento de 0,908 desviaciones típicas en el rendimiento académico por cada desviación típica que aumentan las horas de estudio.

c. Sí. Al contrastar la hipótesis de independencia lineal (tanto con el estadístico F como con el correspondiente estadístico t) se obtiene p < 0,0005.

d. 0,908 , es decir, el coeficiente de regresión tipificado (en SPSS, el coeficiente *estandarizado beta*).

e. R^2_{XY} = 0,82. El ajuste es muy bueno. Las horas de estudio explican el 82% del rendimiento.

f. 39,535.

g. – Límites para el pronóstico individual: 24,88 - 54,19. Estimamos, con una confianza del 95%, que el rendimiento de un sujeto que estudia 7 horas semanales estará entre 24,88 y 54,19 puntos.
– Límites para el pronóstico promedio: 34,95 - 44,12. Estimamos, con una confianza del 95%, que el rendimiento medio de los sujetos que estudian 7 horas semanales estará entre 34,95 y 44,12 puntos.

h. El error típico de los pronósticos individuales siempre es mayor que el error típico de los pronósticos promedio (ver ecuaciones [10.18] y [10.19]).

i. Al caso 10 le corresponde una distancia de Cook de 2,59 (los valores mayores que 1 delatan un posible caso influyente).

j. No cambia.

10.2. *a*. *indsoc pronosticado* = −9,313 + 0,139(*edad*) + 3,811(*educ*).

b. – B_1 = 0,139. La ecuación de regresión pronostica un aumento de 0,139 puntos en el índice económico de los encuestados por cada año más de edad.
– B_2 = 3,811. La ecuación de regresión pronostica un aumento de 3,811 puntos en el índice socioeconómico por cada año más de escolarización.

c. Sí, pues F = 390,71 con p < 0,0005.

d. Los años de escolarización, porque su coeficiente de regresión tipificado (0,62) es sensiblemente mayor que el de la edad (0,13).

e. Coeficiente de determinación corregido = 0,36. La edad y los años de escolarización explican el 36% de la variabilidad del índice socioeconómico.

f. Sí. En el histograma de los residuos y en el gráfico de probabilidad normal no se aprecia un alejamiento evidente de la normalidad. Y, aunque las pruebas de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk llevan al rechazo de la hipótesis de normalidad, debe tenerse e en cuenta que estas pruebas son demasiado sensibles a pequeños alejamientos de la normalidad cuando la muestras son grandes.

g. Sí. En el gráfico de pronósticos por residuos se observa una nube de puntos más o menos homogéneamente dispersa y sin ninguna pauta discernible.

h. No. La correlación entre las dos variables independientes vale −0,25 y no se observa ningún indicios que pueda hacer sospechar de la presencia de colinealidad.

i. No. La distancia de Cook más grande vale 0,028.

10.3. *a*. 2.

b. Peso y potencia.

c. Las dos igual. Ambas tienen coeficientes de regresión tipificados casi idénticos (0,45).

d. Las dos igual. Ambas tienen coeficientes de regresión semiparcial casi idénticos (0,23).

e. 0,75.

f. Únicamente el caso 35, que tiene un residuo tipificado de 10,12.

g. No. La correlación entre las dos variables independientes que incluye el modelo final vale −0,40.

h. Sí, el caso 35. Su distancia de Cook vale 2, 18 (los valores mayores que 1 delatan un posible caso influyente).

10.4. *a*.

FV	*SC*	*gl*	*MC*	*F*	*p*
Regresión	(64)	(1)	(64)	(16)	0,003
Error	(36)	(9)	4		
Total	100	(10)			

b. H_0: $\beta_{\text{edad}} = 0$.

c. Rechazarla, porque $0{,}003 < 0{,}05$. Puede concluirse que entre la edad y el conservadurismo existe relación lineal.

d. $R^2_{XY} = 64/100 = 0{,}64$.

e. $R_{XY} = \sqrt{64} = 0{,}80$.

f. Raíz cuadrada de la media cuadrática error: $\sqrt{4} = 2$.

10.5. *a*. H_0: $\beta_{\text{edad}} = 0$.

b. No. porque $P(T \geq 1{,}562) > 0{,}01$.

c. No.

10.6. *a*.

FV	*SC*	*gl*	*MC*	*F*
Regresión	90	(1)	(90)	(3)
Error	(240)	(8)	(30)	
Total	330	9		

b. Mantenerla, porque $F = 3 < F_{1,\,8;\,0{,}99} = 2{,}3060^2$ (si $t_{8;\,0{,}975} = 2{,}3060$, entonces $F_{1,\,8;\,0{,}95} = 2{,}3060^2$).

c. $R^2_{XY} = 90/330 = 0{,}27$.

d. 10.

10.7.

Sujetos	1	2	3	4	5
x	2	−2	0	1	(−1)
y	2	−1	0	1	(−2)
$\hat{y}$	(1,8)	(−1,8)	(0)	(0,9)	(−0,9)

FV	*SC*	*gl*	*MC*	*F*
Regresión	(8,1)	(1)	(8,1)	(12,79)
No regresión	(1,9)	(3)	(0,63)	
Total	(10)	(4)		

10.8. Puesto que $p < 0{,}02$, lo razonable es rechazar H_0 y concluir que X e Y están linealmente relacionadas. La única alternativa correcta es la *d*.

10.9. *a*. Sí, porque su coeficiente de correlación tiene asociado un nivel crítico menor que 0,05.

b. X_2, porque es la variable que más correlaciona con Y.

c. A cero, porque la relación entre X_3 e Y es prácticamente nula.

d. La variable X_2 tendrá un peso significativo porque es la variable que más correlaciona con Y. Y la variable X_1 probablemente no tendrá un peso significativo porque, aunque correlaciona alto con Y, correlaciona muy alto con X_2 y esto hará que no tenga nada que aportar que no esté aportando X_2.

e. $n - p - 1 = 12 - 3 - 1 = 8$.

f. Con ninguna. Porque en todos los casos $p > 0{,}05$.

10.10. *a*.

FV	*SC*	*gl*	*MC*	*F*
Regresión	(20)	(1)	20	2
Error	(180)	(18)	(10)	
Total	200	(19)		

b. $2 = B_0 + B_1(-1) \;\rightarrow\; B_0 = B_1 + 2.$
$3 = B_1 + 2 + B_1(0) \;\rightarrow\; B_1 = 3 - 2 = 1 \;\rightarrow\; B_0 = 1 + 2 = 3.$
$\hat{Y} = 3 + X.$

10.11. Si el estadístico F de un ANOVA es significativo sabemos que hay relación, pero no sabemos si es lineal o de otro tipo (a no ser que el factor tenga sólo dos niveles, pero no se dice nada de esto); esto descarta la alternativa *a*. Si se mantiene $H_0: \beta_1 = 0$ no es posible afirmar que existe relación lineal; esto descarta la alternativa *b*. Si al contrastar la tendencia lineal se obtiene $p > 0{,}05$ no es posible rechazar la hipótesis nula de relación no lineal; esto descarta la alternativa *d*. Si en un análisis de regresión lineal se obtiene $P(T \leq 4{,}2) > 0{,}999$, entonces $p < 0{,}001$ y lo razonable es rechazar la hipótesis nula de no relación lineal y concluir que existe relación lineal significativa; por tanto, la alternativa *c* es correcta.

10.12. El coeficiente β_0 representa la intersección de la recta con el eje de ordenadas; esto descarta la alternativa *a*. La alternativa *b* es correcta: el coeficiente β_1 representa el efecto de Y; por tanto, la alternativa *c* es incorrecta. Si el coeficiente β_1 vale cero sabemos que no hay evidencia de relación lineal, pero nada sabemos de cualquier otro tipo de relación; esto descarta la alternativa *d*.